

5 Verifizierung durch Versuchsnachrechnungen

Mit den folgenden Versuchsnachrechnungen soll an erster Stelle das Rechenverfahren verifiziert werden, insbesondere die Güte der Modellierung des Stahlbetons sowie die Qualität des Iterationsverfahrens. Aus diesem Grund werden neben der üblichen Betrachtung der Last-Verformungs-Kurven auch Hinweise zur Rechengeschwindigkeit sowie zum Konvergenzverhalten gegeben.

Außerdem wird anhand eines Beispiels gezeigt, welche Anwendungsmöglichkeiten in Bezug auf neuartige Baustoffe bestehen, wie zum Beispiel der Einsatz von Glasfasern als Bewehrung. Es werden Beschränkungen des Modells erläutert und mögliche Änderungen oder Anpassungen kurz diskutiert. Die Eingabedaten für alle Beispiele sind im Anhang A3 dieser Arbeit zu finden.

5.1 Balken im 3- und 4-Punkt-Biegeversuch

Die im folgenden beschriebenen 3-Punkt- und 4-Punkt-Biegeversuche an mehreren Balken wurden an der Technischen Universität Hamburg-Harburg im Arbeitsbereich Massivbau unter der Leitung von Herrn Prof. Dr. sc. techn. Viktor Sigrist im Zeitraum November 2002 bis Oktober 2003 durchgeführt.

5.1.1 Intention für diese Versuche

Mit den Versuchen sollen folgende Fragestellungen überprüft werden:

- In bisherigen Versuchsnachrechnungen hatte sich gezeigt, dass vor allem bei höherfesten Betonen eine Abschätzung der Betonzugspannungen mit $f_{ct,R} \approx 1/20 \cdot f_c$ für das Rechenmodell einen zu großen Wert darstellt, mit dem die Verformungen im Zustand II häufig unterschätzt werden. Aus diesem Grund sollen die Annahmen und Parameter zur versteifenden Mitwirkung des Betons auf Zug überprüft werden.
- Für dehnbehinderte Systeme ist die Achsenlängsdehnung unter reiner Biegebeanspruchung für den Abbau von Zwangskräften wichtig, so dass auch hier ein Vergleich zwischen rechnerisch-theoretischer Untersuchung und experimentellen Werten durchgeführt werden soll.
- Bei bisherigen Versuchsnachrechnungen wurde das Kriechen des Betons vor allem im hohen Lastbereich entweder vernachlässigt oder grob abgeschätzt. Auch wenn die betrachteten Versuche zumeist als Kurzzeitversuche ausgelegt waren, so zeigte sich bereits bei kurzzeitig konstanter einwirkender Kraft eine deutliche Zunahme der

Verformung bzw. bei konstanter Verformung eine Abnahme der Belastung. In den Last-Verformungs-Diagrammen sind diese Einflüsse des Kriechens damit als kleine Zacken zu erkennen (siehe Bild 5.27, rechts). Um Anhaltswerte für die Größe des Kriecheinflusses zu erhalten, werden zwei identische Balken einmal in einem Kurzzeitversuch ($t \approx 20$ s) und einmal in einem Langzeitversuch ($t \approx 1$ Woche) bis zum Versagen belastet.

- Weiterhin bedürfen die Lasteinleitungsbereiche als Diskontinuitätsbereiche mit mehraxialem Spannungszustand auch bei einer Rechnung entsprechend der Balkentheorie einer gesonderten Betrachtung. Es soll geprüft werden, inwieweit eine Modifizierung der einaxialen Baustoffkennwerte erfolgen kann, um eine bessere Übereinstimmung mit Experimenten zu erreichen.

5.1.2 Versuchsaufbau, Baustoffkennwerte

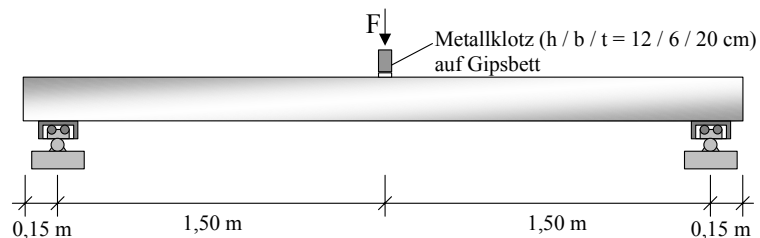
In Bild 5.1 sind die Versuchsanordnungen für die Versuchsreihen 1 und 2 dargestellt. Die effektive Stützweite beträgt $l_{\text{eff}} = 3,00$ m, die vertikale Belastung greift symmetrisch an. Alle Kräfteinleitungspunkte sowie die Auflager sind jeweils frei drehbar und horizontal verschieblich.

Der Balken ($b / h = 20 / 20$ [cm]) ist mit 4 $\varnothing 10$ mm jeweils in den Ecken bewehrt. Vertikale Bügel mit $\varnothing 6$ mm sind alle 15 cm angeordnet.

1. Drei-Punkt-Biegeversuch

$l_{\text{eff}} = 3,00$ m, $l_{\text{ges}} = 3,30$ m

2 Versuche, $t_{1,2} = 30$ min



2. Vier-Punkt-Biegeversuch

$l_{\text{eff}} = 3,00$ m, $l_{\text{ges}} = 3,30$ m

4 Versuche,

$t_{3,5} \approx 8$ Tage $t_{4,6} = 20$ s

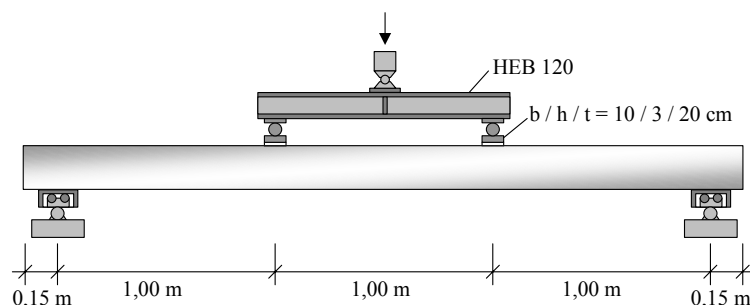


Bild 5.1 Versuchsanordnung für Versuchsreihe 1 und 2

Die 28-Tage-Druckfestigkeit des Betons wurde zu Beginn sowie am Ende der Versuche an Würfeln mit 150 mm Kantenlänge ermittelt. Zusätzlich wurde der E-Modul des Betons an Würfeln sowie an Zylindern ermittelt.

Die Spannungs-Dehnungs-Beziehung für den Beton wurde nicht gemessen, so dass weitere Werte in Anlehnung an die DIN 1045-1 aus der maximalen Druckfestigkeit hergeleitet wurden.

Tabelle 5.1 Ergebnisse der Betonprüfung an 150 mm-Würfeln

a [m]	b [m]	h [m]	Masse [kg]	Max. Kraft [kN]	Fläche [m ²]	Sigma [N/mm ²]
150,3	150,4	150,1	7,971	1441	0,02261	63,75
150,0	150,3	149,8	7,934	1381	0,02255	61,26
150,2	150,6	150,0	7,979	1430	0,02262	63,22

Mittelwert **62,74 N/mm²**

Die Umrechnung der Würfel- in die Zylinder-Druckfestigkeit erfolgte näherungsweise mit folgender Formel:

$$f_{c,cyl} \approx f_{c,W150} / 1,2 = 62,74 / 1,2 = 52,3 \text{ N/mm}^2$$

Für die letzten Versuche nach 11 Monaten ergab sich eine leicht erhöhte Druckfestigkeit von

$$f_{c,W150} = 66,6 \text{ N/mm}^2 \quad f_{c,cyl} \approx f_{c,W150} / 1,2 = 66,6 / 1,2 = 55,5 \text{ N/mm}^2$$

Für die Längsbewehrung mit $\varnothing = 10$ mm wurde ein Spannungs-Dehnungs-Diagramm ermittelt (Bild 5.2). Die Bügel mit $\varnothing = 6$ mm wurden nicht getestet. Die Versuchsbalken wurden von einer Fertigteilmfirma im November 2002 hergestellt. Die Lage der Bewehrung (siehe Bild 5.3) wurde für die Vorhersagen anhand eines Bewehrungskorbes ermittelt, der als Musterexemplar zur Verfügung stand. Zur Kontrolle wurde die Bewehrung nach

Dehnung mm/m	Spannung N/mm ²
0,000	0,00
0,779	154,00
1,903	378,74
2,362	464,10
2,514	483,77
2,674	498,87
2,947	513,50
3,697	533,27
4,400	544,44
5,979	560,00
7,844	569,22
10,810	576,33
17,187	585,70
25,440	595,12
36,070	602,50
43,705	604,93
54,000	605,00

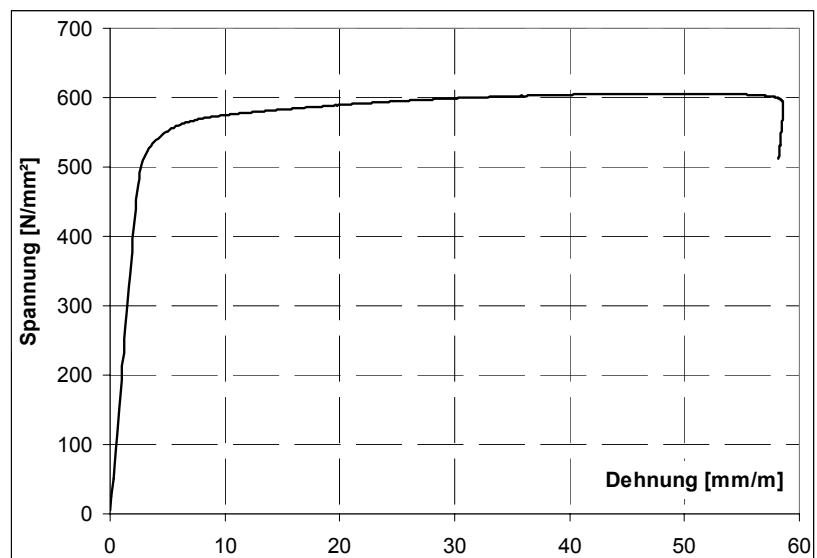


Bild 5.2 Messergebnisse und Vereinfachung für den Betonstahl BSt 500, \varnothing 10 mm

Versuchsende freigelegt und die genauen Abmessungen für die Nachrechnung verwendet. Zwei Balken (3, 4) der Versuchsreihe 2 enthielten versehentlich zusätzliche Montageeisen ($\varnothing 6$ mm), welche in den Berechnungen berücksichtigt wurden. Durch die Lagerung im Freien bei ca. -10°C kurz nach dem Ausschalen ist eine Vorschädigung des Betons besonders in Bezug auf seine Zugfestigkeit möglich.

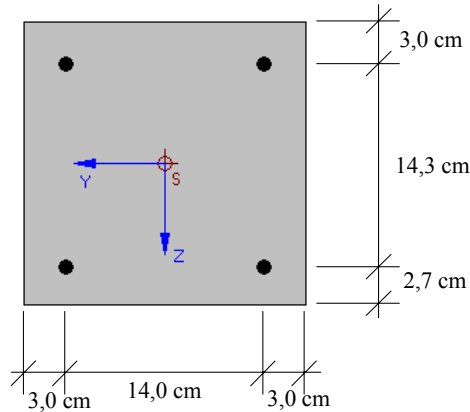


Bild 5.3 Standardquerschnitt für die Versuche 1 und 2. In den Balken 3 und 4 zusätzliche Montageeisen mit $\varnothing 6$ mm.

5.1.3 Anmerkungen zur Wahl des E-Moduls

Obwohl ein B35 (\approx C 30/37) bestellt wurde, lag die mittlere Betondruckfestigkeit nach 28 Tagen deutlich höher bei $f_{c,cyl} = 52,3$ N/mm. Das entspricht nach neuer Normung eher einem C 45/55. Ein in Anlehnung an die Formeln der DIN 1045-1 berechneter E-Modul ergibt den Wert von

$$E_c = 9500 \cdot f_c^{1/3} = 35527 \text{ N/mm}^2.$$

Mit diesem Wert ist jedoch erst der Sekantenmodul abgebildet, der sich aus der Spannung und der Dehnung bei $f_c = 0,4 \cdot f_u$ ergibt. Der rechnerische Tangentenmodul im Ursprung der Spannungs-Dehnungs-Beziehung ist aus diesem Grund nochmals größer und ergibt sich zu

$$E_{c,0} = 1,1 \cdot 35527 = 39080 \text{ N/mm}^2$$

Aus dem ersten, linearen Abschnitt der Last-Verformungskurve (bei $F = 2,0$ kN) lässt sich die vorhandene Biegesteifigkeit ermitteln, wobei sich unter Vernachlässigung der Bewehrung nur ein E-Modul von

$$E_{c,vorh} = 29290 \text{ N/mm}^2$$

ergibt, der den Richtwert aus der Norm um rund 20% unterschreitet.

Der abschließende Test des E-Moduls an Würfeln (150) sowie an Zylindern (300/150) ergab übereinstimmend $E_{\text{sek}} \approx 28100 \text{ N/mm}^2$ bei einer Oberspannung von $f_c = 22,5 \text{ N/mm}^2$. Dieser Wert wurde für die Nachrechnungen benutzt.

Dieser Sachverhalt zeigt, dass im Allgemeinen die Mittelwerte des E-Moduls mit den Formeln der DIN 1045-1 oder des EC2 zu hoch abgeschätzt werden. Laut Heft 525 des DAfStb [1] gilt dieser E-Modul jedoch vorzugsweise für eine quarzitische Gesteinskörnung. Regionale Unterschiede in der Gesteinskörnung können Abweichungen im Bereich von +20% bis -30% bedingen. Für erhöhte Anforderungen bei der Bestimmung der Verformung (z.B. schlanke Stützen) sollte der E-Modul daher in einer Erst-Prüfung experimentell bestimmt und auch während der Bauphase durch Produktionskontrollen überwacht werden. Der vorhandene E-Modul des Betons im erstellten Bauwerk kann damit auf ca. $\pm 10\%$ genau ermittelt werden.

Außerdem sind in Heft 525 Ergänzungen zur Bestimmung des E-Moduls in Abhängigkeit der Gesteinskörnung angegeben, welche eine bessere Abschätzung erlauben.

5.1.4 Last-Verformungs-Diagramm für Versuchsreihe 1, Balken 1 / 2

Die Belastung wurde kurzzeitig auf 8 kN gesteigert (entspricht in etwa Gebrauchslast-Niveau) und für 3 Minuten gehalten. Nach Absenkung auf ca. 0,1 kN erfolgte die Belastung bis zum Bruch im Kurzzeitversuch in ca. 30 Minuten. Die maximal erreichte Last beträgt $F_1 = 21,5 \text{ kN}$ für Balken1 und $F_2 = 22,0 \text{ kN}$ für Balken 2.

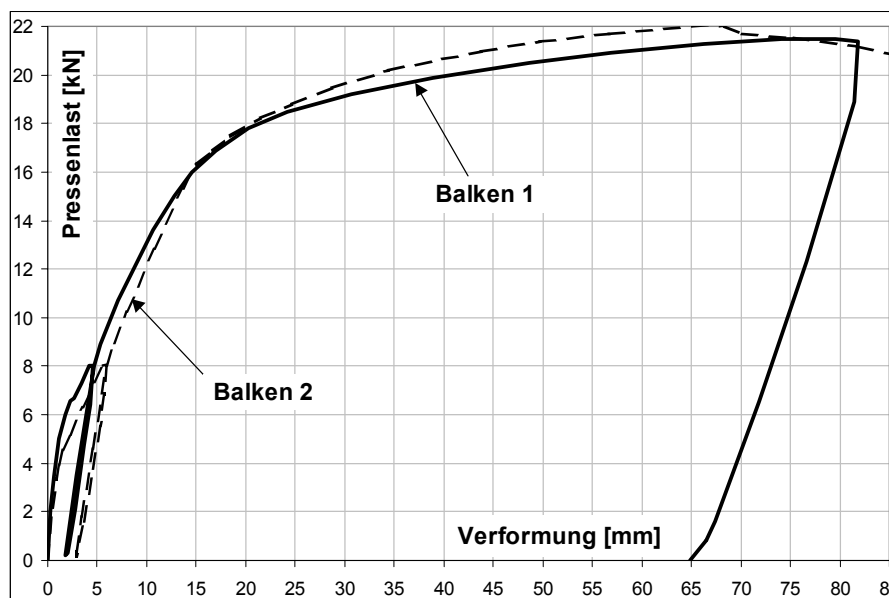


Bild 5.4 Last-Verformungs-Diagramm für Versuch 1, Messwerte für Balken 1 und 2

Obwohl Balken 1 und Balken 2 nominell identisch sind, zeigen sie ein leicht unterschiedliches Last-Verformungs-Verhalten. Bedingt durch die längere Lagerung von Balken 2 in der Versuchshalle bei relativ geringer Luftfeuchte ($RH \approx 40$ bis 50%), ist ein Abfall der Zugfestigkeit durch Vorschädigung infolge Schwinden möglich. Einzelne Risse waren an der Oberseite des Balkens direkt über den Bügeln mit dem bloßen Auge erkennbar.

5.1.5 Nachrechnung Versuchsreihe 1, Balken 1 / 2

Für die Versuchsnachrechnung wurde der Beton mit dem Parabel-Rechteck-Diagramm mit folgenden, für Balken 1 und 2 gleichen Eingangswerten modelliert:

$$f_c = -52,3 \text{ N/mm}^2 \quad \varepsilon_c = -2,55 \text{ mm/m} \quad n_c = 1,49 \text{ (Exponent)}$$

$$f_{ct} = 1,743 \text{ mm/m} \approx \frac{1}{30} \cdot f_c \quad \varepsilon_{ct} = 0,085 \text{ mm/m} = \frac{1}{30} \cdot \varepsilon_c \quad n_{ct} = 1,49 \text{ (Exponent)}$$

Der Tangentenmodul im Ursprung ergibt sich damit zu $E_c = 30560 \text{ N/mm}^2$, der Sekantenmodul bei $f_c = 22,5 \text{ N/mm}^2$ in etwa zu $E_{\text{sek}} = 28100 \text{ N/mm}^2$. Das Schwindmaß wurde mit $\varepsilon_s = -0,15 \text{ mm/m}$ berücksichtigt (mit $RH = 40\%$).

Die rechnerische Tragfähigkeit ergibt sich, je nach Annahme der Grenzdehnungen, in etwa zu $F = 22,0 \text{ kN}$. Wie in Bild 5.5 zu sehen ist, kann in der Summe das Verhalten der Stahlbetonträger im 3-Punkt-Biegeversuch gut beschrieben werden.

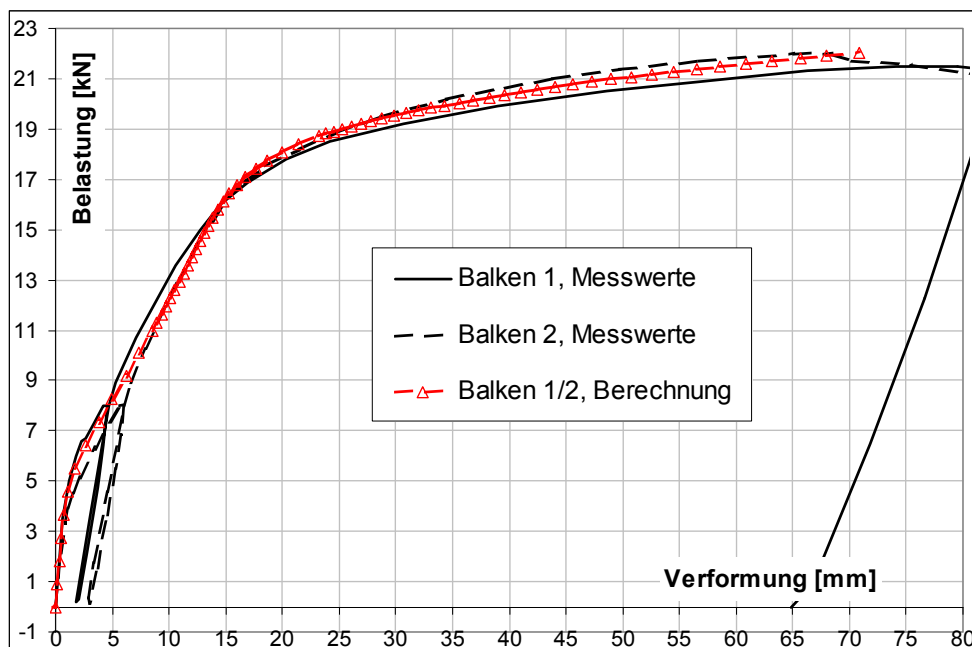


Bild 5.5 Last-Verformungs-Diagramm für Versuch 1, Vergleich Messwerte und Berechnung

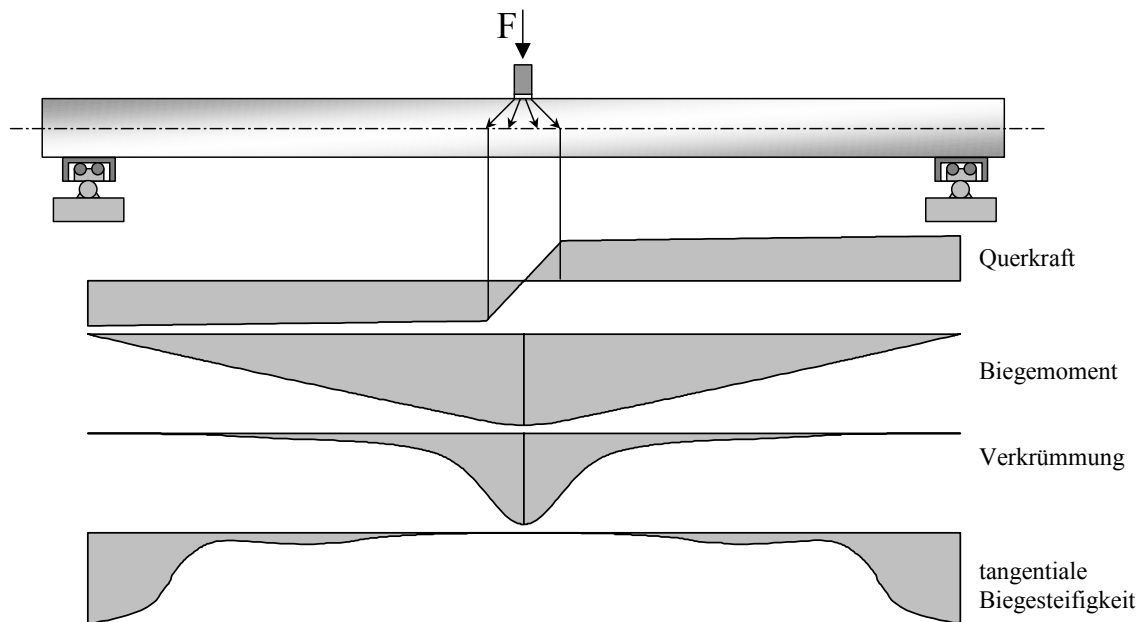


Bild 5.6 System und Zustandsgrößen V_x , M_y , k_z , B_{II} für $F = 22,0$ kN

Im Bereich der Belastung größer als $F = 21,0$ kN wird die Iteration etwas aufwändiger. Die tangentiale Biegesteifigkeit ist von anfänglich $B = 3845$ kNm² auf $B = 7,0$ kNm² im mittleren Bereich des Balkens gefallen, die Verkrümmung stark angestiegen. Bedingt durch die Berücksichtigung der Achsenlängsdehnung reagiert der Iterationsprozess sehr empfindlich auf die Änderung der Normalkraft im Balken. Damit können in einem Iterationsschritt zeitweise Zugkräfte auftreten, die schnell zu einer Überschreitung der Querschnittstragfähigkeit und somit zu Problemen bei der Iteration führen.

5.1.6 Versuchsreihe 2, Balken 3 / 4 / 5 / 6

In dieser Versuchsreihe wurden 4 Balken mittels 4-Punkt-Biegeversuch getestet. Balken Nr. 3 und 4 enthielten zwei zusätzliche Montageeisen mit $\varnothing 6$ mm (Bild 5.7). Balken 5 und 6 waren korrekt bewehrt.

Die Belastung wurde für alle Balken innerhalb von 3 Minuten auf $F_{ges} = 15$ kN gesteigert (entspricht in etwa Gebrauchslast-Niveau) und für weitere 3 Minuten konstant gehalten. Anschließend erfolgte eine Absenkung auf ca. $F_{ges} = 1$ kN. Balken 3 und 5 wurden im Langzeitversuch über den Zeitraum von 9 Tagen bis zum Bruch belastet (Lastaufbringung siehe Bild 5.8). Bei Balken 4 und 6 erfolgte die Belastung bis zum Bruch innerhalb von ca. 20 Sekunden.

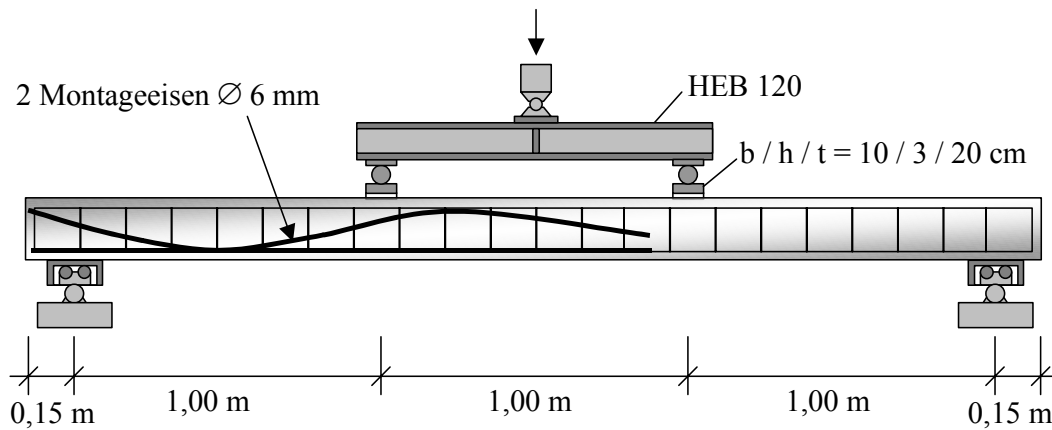


Bild 5.7 Aufbau Versuchsreihe 2, Balken Nr. 3 / 4 mit zwei zusätzlichen Montageeisen $\varnothing 6$ mm (seitlich und unten liegend)

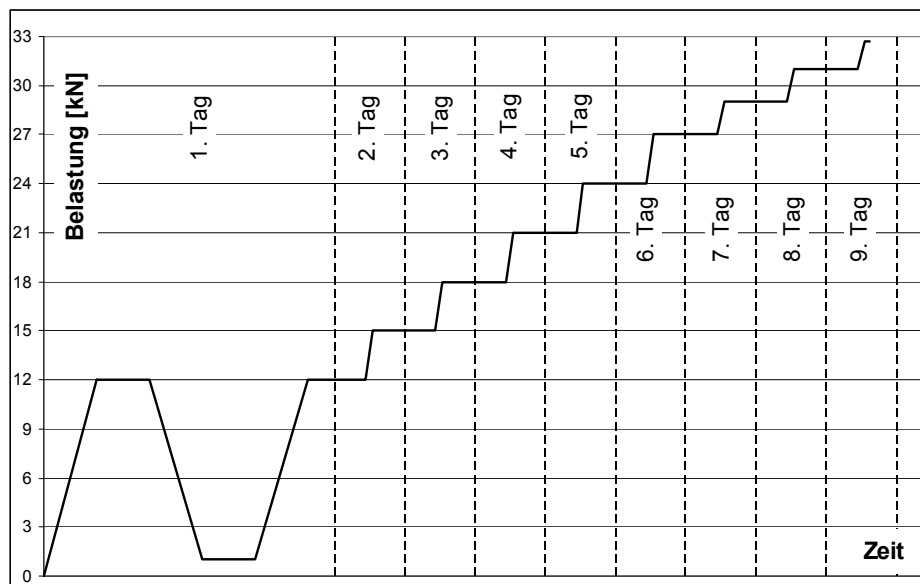


Bild 5.8 Lastregelung für die Langzeitversuche (Balken 3 und 5)

Die Ziele dieser Versuche lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- Variation der experimentellen Ergebnisse in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit der Laststeigerung (Einfluss des Betonkriechens und der langsamen Zerstörung der Druckzone vor allem im hohen Lastbereich, Verhalten der Bewehrung im Fließzustand, maximal erreichbare Belastung)
- Messung der vertikalen Verformung und der Längsdehnung des Balkens, Vergleich mit rechnerisch ermittelten Werten

5.1.7 Last-Verformungsdiagramme für Versuchsreihe 2, Balken 3 / 4

Die maximal erreichte Last im Versuch beträgt $F_3 = 32,82$ kN für Balken 3 und $F_4 = 32,37$ kN für Balken 4. Bedingt durch die Montageeisen trat das Versagen des Balkens genau neben der rechten Lasteinleitungsstelle auf. Bereits frühzeitig deutete sich hier beim Langzeitversuch ein breiter Riss an.

Die Längsbewehrung der Balken wurde nach dem Versuch freigelegt, um die genaue Lage zu ermitteln. Dabei ergaben sich geringfügige Abweichungen von der Vorgabe, die in die Nachrechnung mit aufgenommen wurden. Die versehentlich eingelegten Montageeisen wurden ebenso modelliert, sorgten jedoch durch die vielen gevouteten Stababschnitte für ein Ansteigen der Rechenzeit sowie für eine leichte Verschlechterung des Konvergenzverhaltens.

Schwinden wurde mit $\varepsilon_s = -0,30$ mm/m berücksichtigt, der Beton mit einer leicht erhöhten Festigkeit von $f_c = 54$ N/mm² bei ansonsten identischen Werten modelliert. Für den Langzeitversuch wurde ein Kriechbeiwert von $\varphi = 0,7$ im oberen Lastbereich benutzt. Mit diesen Vorgaben ergeben sich die rechnerischen Traglasten zu $F_3 = 32,7$ kN sowie zu $F_4 = 31,70$ kN. Die Unterschiede resultieren aus leicht verschiedenen Abmessungen und der Lage der Bewehrung.

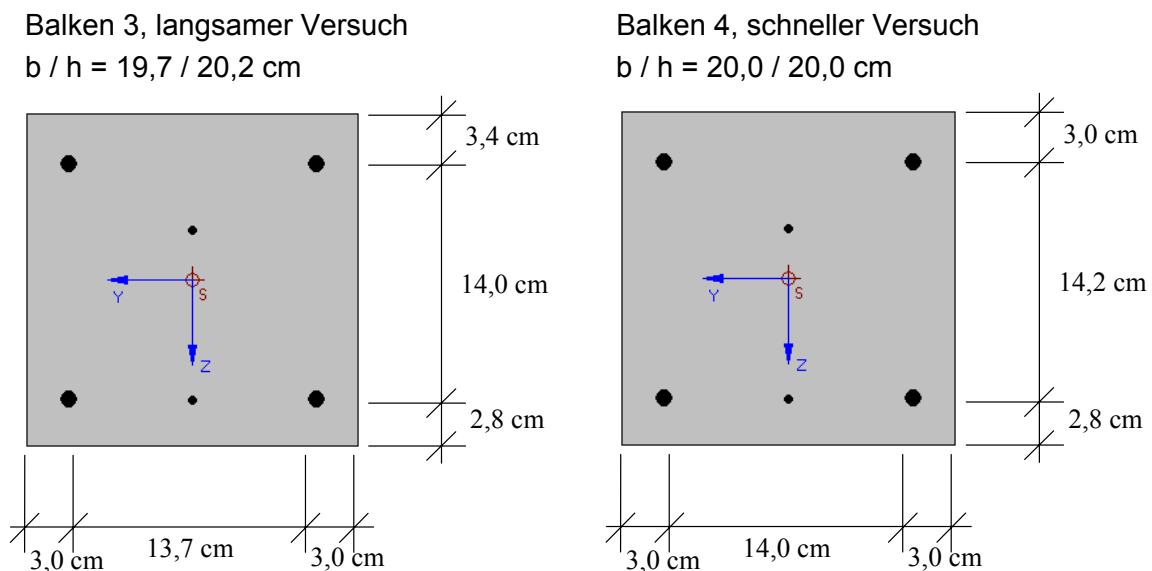


Bild 5.9 Abmessungen der INCA2-Querschnitte für Balken 3 und 4

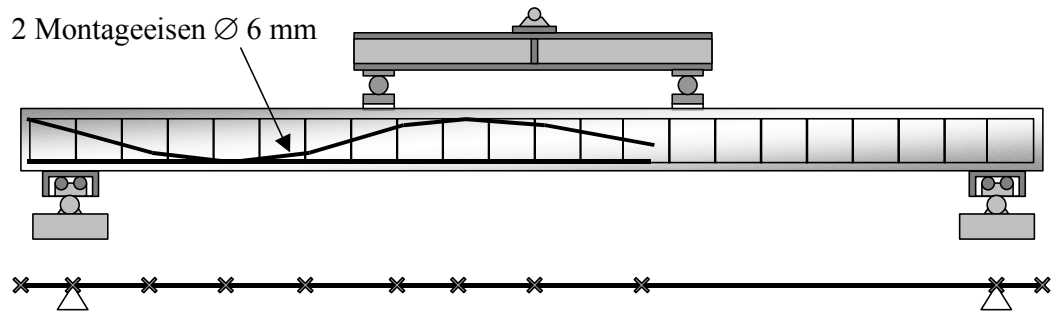


Bild 5.10 Modellierung des Balkens mit mehreren Abschnitten mit jeweils veränderlicher z-Lage der Bewehrung

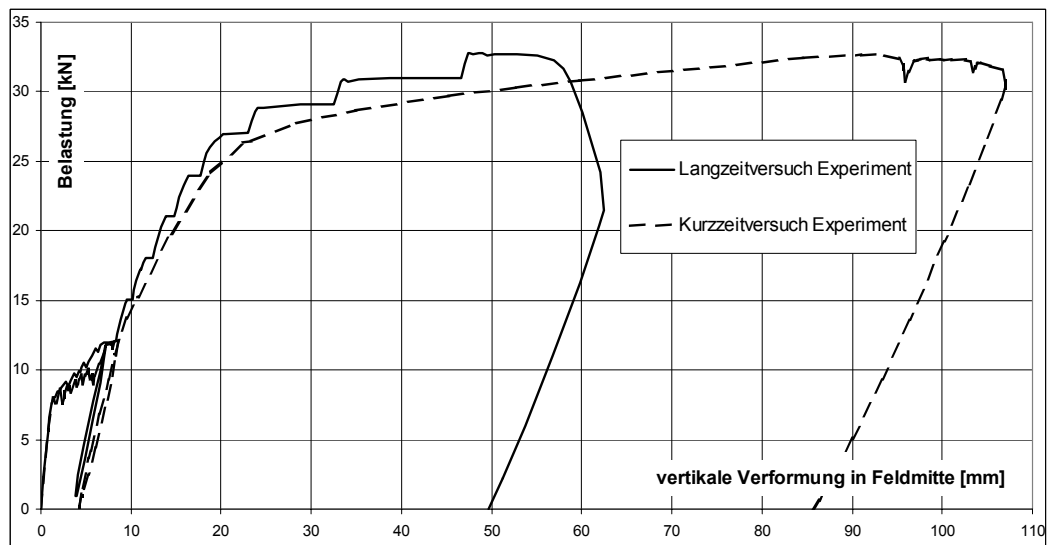


Bild 5.11 Last-Verformung für Feldmitte, Experimentelle Ergebnisse für Balken 3 und 4



Bild 5.12 Langzeitversuch (Balken 3), ein großer Riss am Ende der Montageeisen bei kleinerer Durchbiegung



Bild 5.13 Kurzzzeitversuch (Balken 4), gleichmäßig verteilte Risse auch im Bereich der Montageeisen bei großer Durchbiegung

Diskussion der experimentellen Ergebnisse

Anders als erwartet, ergab sich trotz nominell identischer Balken beim Langzeitversuch vor allem nach Überschreiten der Fließgrenze der Bewehrung eine kleinere Verformung als beim Kurzzzeitversuch (Bild 5.11). Dieser Sachverhalt ließ sich am Rissbild der beiden Träger sehr gut nachvollziehen. Beim Langzeitversuch ergab sich ein großer Riss genau am Ende der versehentlich eingelegten Montageeisen. Im restlichen mittleren Bereich des Balkens waren, bedingt durch die zusätzliche Bewehrung, nur sehr kleine Risse zu finden (Bild 5.12).

Beim Kurzzzeitversuch verteilten sich die Risse gleichmäßiger. Zwar trat das Versagen auch bei diesem Balken an der geschwächten Stelle genau am Ende der Montageeisen auf, die großen Risse im gesamten mittleren Bereich sorgten jedoch für eine größere Verformung (Bild 5.13).

Gründe für diese Unterschiede können in einer reduzierten Zugfestigkeit des Balkens im Kurzzzeitversuch liegen, da dieser bereits zu Beginn im Gebrauchslastbereich ($F_{\text{ges}} = 15 \text{ kN}$) ein deutlich weiches Verhalten zeigte. Das Rissmoment wurde früher erreicht, die Verformungen sind entsprechend größer. Ein weiterer Grund für die größeren Verformungen von Balken 4 könnte sein, dass die versteifende Mitwirkung des Betons in der Zugzone zu einem gewissen Maße von der Geschwindigkeit der Laststeigerung abhängig ist. Wird die Last schnell aufgebracht, so entstehen in der Zugzone Spannungsspitzen, die zu einem sofortigen Aufreißen führen. Wird die Last jedoch langsam gesteigert, könnten die Spannungsspitzen durch Kriechen oder durch Mikrorisse abge-

baut werden und sich die Zugspannungen in der Betonzugzone gleichmäßiger verteilen. Eine größere Mitwirkung und daraus resultierende kleinere Risse wären der Fall.

Die ebenfalls recht auffälligen Stufen in der Last-Verformungs-Kurve von Balken 3 im Langzeitversuch (Bild 5.11) sind einerseits auf das Kriechen des Betons sowie auf die fortschreitende Zerstörung der Druckzone bei hohem Lastniveau zurück zu führen. Nach jeweils 24 Stunden bei konstanter Last und bei Verformungszuwächsen um einige Millimeter ergab sich bei der weiteren Laststeigerung jedoch eine nicht vermutete, sehr steife Reaktion des Balkens. Der Grund dafür liegt im Verhalten der Bewehrung, welche nach Überschreiten der Fließgrenze ebenfalls ein ausgeprägtes Kriech- und anschließendes Verfestigungsverhalten unter konstanter Last zeigt. Zur Klärung des Verhaltens wurde ein Bewehrungsstab im Zugversuch mit ähnlicher, stufenweiser Belastung innerhalb einer Woche geprüft (Bild 5.14). Eine Erklärung für die ausgeprägten Fließplateaus unter konstanter Belastung kann sein, dass sich die innere, atomare Kristallstruktur umordnen wird, Gitterebenen werden aneinander vorbeigleiten und sich wieder eine neue, feste Position suchen. Bei weiterer Laststeigerung reagiert damit die Bewehrung zumindest kurzzeitig wieder sehr steif.

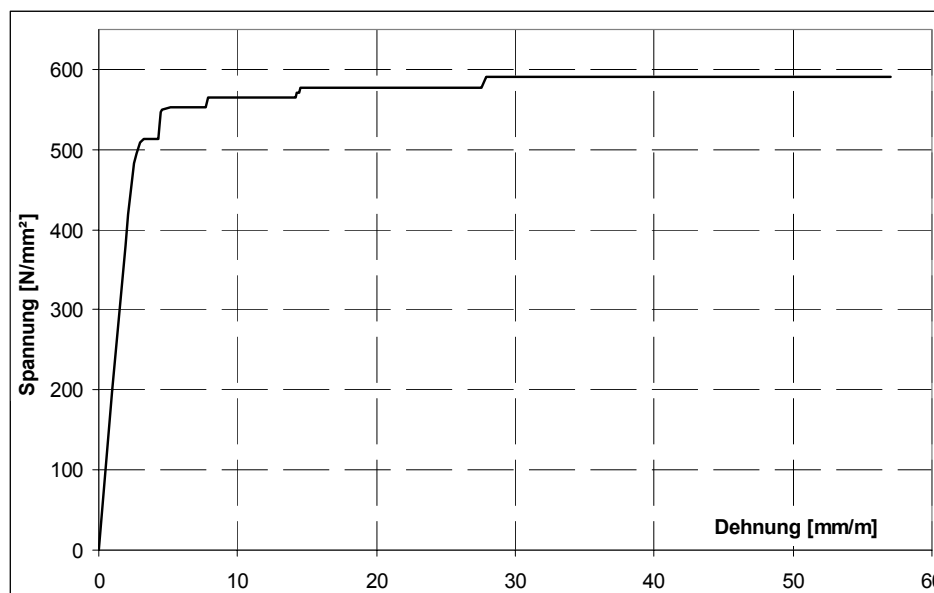


Bild 5.14 Spannungs-Dehnungs-Diagramm der Bewehrung im Langzeitversuch, Laststeigerung ähnlich dem Balkenversuch (Steigerung in 3 Minuten, dann konstant für 24 Stunden)

Nachrechnung mit Stab2D-NL

Im Bild 5.15 ist das Last-Verformungs-Diagramm für die Feldmitte dargestellt. Die berechneten Linien für den Kurz- und den Langzeitversuch können kaum unterschieden werden. Zwar ist die statische Nutzhöhe des Querschnitts für den Langzeitversuch etwas höher und damit auch die erreichbare maximale Last, durch die Annahme eines Kriechbeiwertes von $\varphi = 0,7$ nimmt die Steifigkeit jedoch wieder ab, so dass die gerechneten Linien nahezu übereinander liegen.

Die maximalen Verformungen für den Kurzzeitversuch wurden stark unterschätzt. Wie bereits zuvor erläutert, waren große Risse und damit Verkrümmungen im gesamten mittleren Bereich des Balkens zu finden, in der Nachrechnung jedoch nur im recht kleinen Balkenbereich ohne Montageeisen.

In Bild 5.16 ist die Verlängerung der Balken dargestellt, wobei die horizontale Verschiebung der Auflager in Höhe der Balkenachse gemessen wurde. Damit bildet dieser Wert die Summe über das Aufreißen des Querschnitts (Verlängerung des Balkens) und die Verkürzung infolge Theorie 3. Ordnung ab. Diese Verkürzung beträgt für Balken 3 im Langzeitversuch bereits 2 mm bei Erreichen der Maximallast. Bei Balken 4 im Kurzzeitversuch ergibt sich durch die sehr große vertikale Verformung von 10,7 cm ein signifikanter Anteil der horizontalen Verkürzung von 9,5 mm. Zuzüglich der Verlängerung infolge Aufreißen von ca. 14,5 mm resultiert die beobachtete Verlängerung von rund 5 mm.

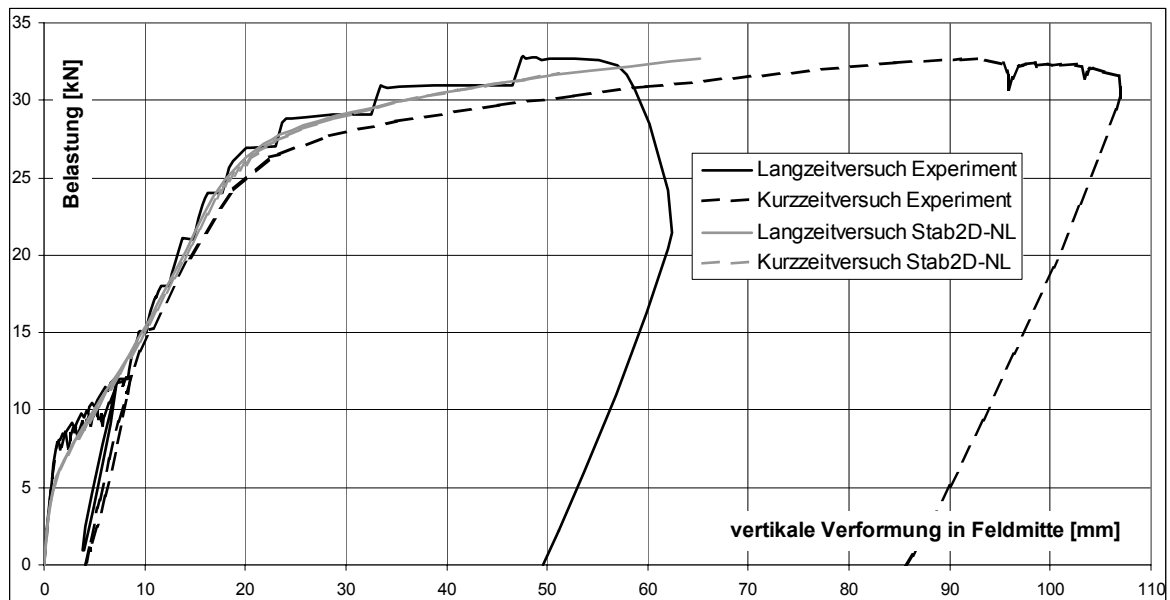


Bild 5.15 Last-Verformung für Feldmitte, experimentelle Ergebnisse und Nachrechnung mit Stab2D-NL für Balken 3 (Langzeit-V., $F_{\text{Stab2D-NL}} = 32,7 \text{ kN} / F_{\text{Exp}} = 32,82 \text{ kN}$) und für Balken 4 (Kurzzeit-Versuch, $F_{\text{Stab2D-NL}} = 31,7 \text{ kN} / F_{\text{Exp}} = 32,37 \text{ kN}$)

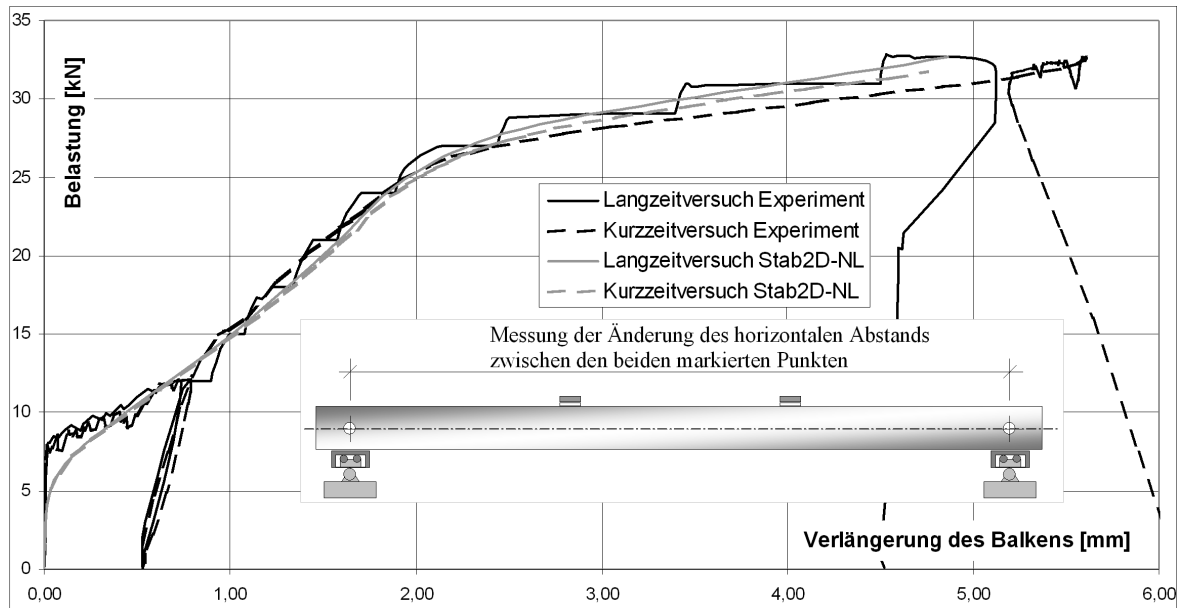


Bild 5.16 Last-Verformungs-Diagramm, experimentelle Ergebnisse und Nachrechnung mit Stab2D-NL für Balken 3 ($t = 1$ Woche) und 4 ($t = 1$ Tag)

5.1.8 Last-Verformungs-Diagramme für Versuchsreihe 2, Balken 5 / 6

Die experimentell ermittelten Last-Verformungs-Diagramme sind im Bild 5.17 dargestellt. Die maximal erreichte Belastung lag für Balken 5 im Langzeitversuch bei $F_5 = 30,79$ kN und für Balken 6 im Kurzzeitversuch bei $F_6 = 31,98$ kN.

Nach dem Versuch wurde wie zuvor auch die Bewehrung freigelegt und der Balken exakt vermessen. Mit diesen Werten sowie mit einer Betondruckfestigkeit von $f_c = 55,5$ N/mm² wurde das System modelliert. Die Rechenergebnisse sind den experimentell ermittelten Werten in den Bildern 5.18 und 5.19 gegenübergestellt. Die rechnerisch ermittelte Traglast konnte im Fall des Kurzzeitversuchs (Balken 6) mit $F_{\text{Stab2D-NL}} = 31,90$ kN ($F_6 = 31,92$ kN) nahezu exakt bestimmt werden. Im Langzeitversuch (Balken 5) ergab sich mit $F_{\text{Stab2D-NL}} = 31,50$ kN ($F_5 = 30,79$ kN) eine geringfügige Abweichung um 2,3%.

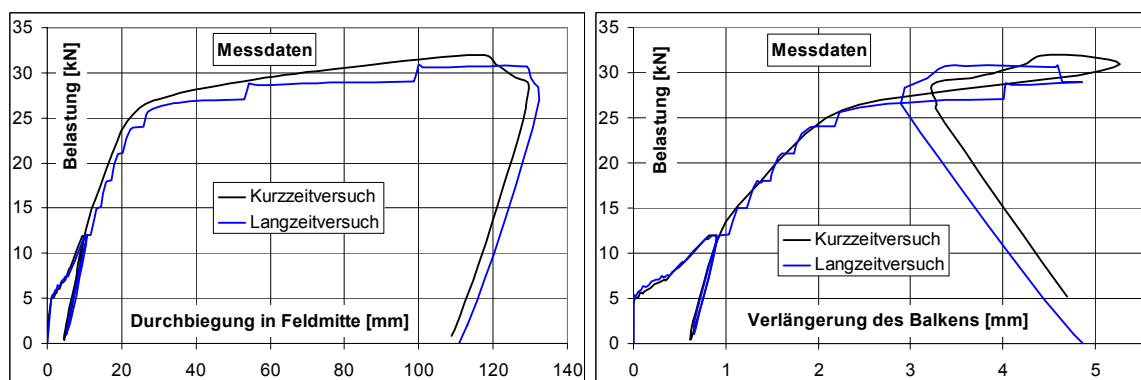


Bild 5.17 Experimentelle Ergebnisse für Last-Durchbiegung und Balkenverlängerung

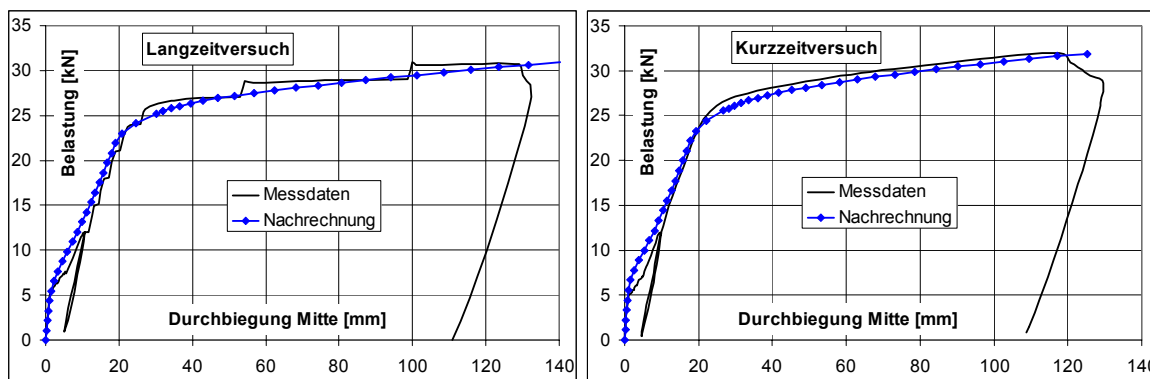


Bild 5.18 Vergleich der Durchbiegung in Feldmitte für Balken 5 / 6

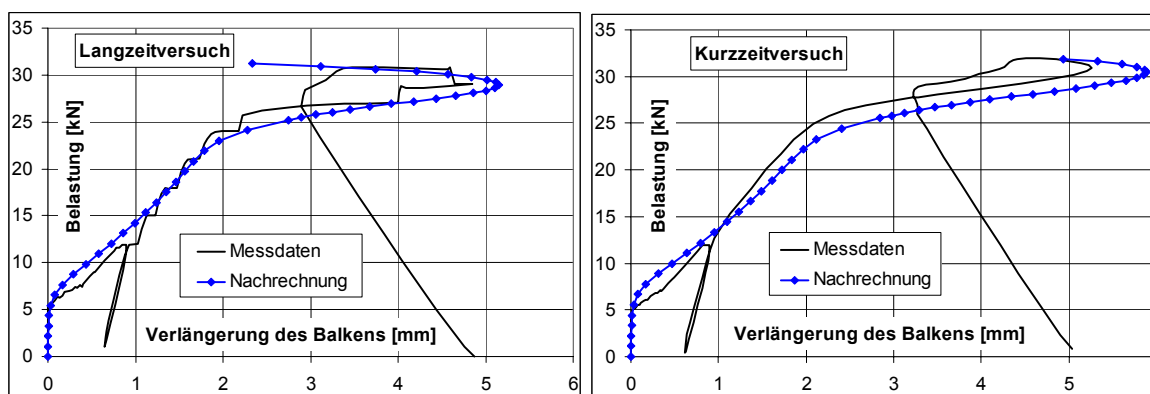


Bild 5.19 Vergleich der Verlängerung für Balken 5 / 6 (Relativverschiebung der Auflager)

Bemerkenswert ist die horizontale Relativbewegung der Auflager des Balkens, in Bild 5.19 vereinfacht als Verlängerung des Balkens bezeichnet. Für Lasten kleiner als ca. 30 kN nimmt der Abstand der Auflager zu, um anschließend wieder abzunehmen. Dieser Sachverhalt ist auf die hohe vertikale Durchbiegung des Balkens mit $w_{\text{ver}} > 110$ mm zurückzuführen. In diesem Bereich wächst der Einfluss aus Theorie 3. Ordnung (Verkürzung) schneller als die weitere Achsendehnung infolge Aufreißen des Querschnitts. Die endgültige Verformung in horizontaler Richtung ergibt sich damit als Differenz zwischen dem Anteil aus Achsenlängsdehnung, welcher gegen Ende des Experiments ca. $w_{\text{hor}} = 15$ mm beträgt, und dem Anteil resultierend aus der hohen vertikalen Verformung mit ca. $w_{\text{hor}} = -10$ mm.

Die im Vergleich zum Kurzzeitversuch kleinere Längsdehnung des Langzeitversuches ist auf Vorgänge in der Betondruckzone zurückzuführen. Durch das Kriechen des Betons sowie durch die fortschreitende Gefügezerstörung werden sich die Betondehnungen auf der Druckseite vergrößern. Eine ebenfalls größere Verkrümmung ist die Folge, wobei die Dehnung in der unteren Bewehrung nur wenig zunimmt. Infolgedessen rutscht die Dehnungsnulllinie im Querschnitt leicht nach unten, so dass sich die Dehnung im Schwerpunkt des Querschnitts verkleinert.

5.1.9 Rissbild und Rissweiten

In üblichen Stahlbetontragwerken und Platten sind entweder aus statischen Gründen, mindestens jedoch aus konstruktiven Gründen Bügel- und Querbewehrung angeordnet. Zwar kann eine Druckbeanspruchung meist ohne Probleme übertragen werden, im Fall einer Zugbeanspruchung (Bild 5.20) wird die Zugfestigkeit zwischen Beton und Bewehrung schnell überschritten. Infolgedessen bildet sich um die Bewehrung ein 2D-Spannungszustand mit Spannungsspitzen aus, welcher häufig Ausgangspunkt für einen die gesamte Zugzone betreffenden Biegeriss ist. Verstärkt wird diese Schwächung auch dadurch, dass vor allem die oben liegende Bewehrung durch das Nachsacken des Betons nach dem Verdichten nicht gleichmäßig vom Beton umschlossen ist.

Praktisch in allen am Arbeitsbereich Massivbau der TUHH durchgeführten Versuchen traten nach Überschreiten der Biegezugfestigkeit nur Biegerisse an den Stellen der Verbügelung auf (siehe auch Bild 5.12 und 5.13). In einigen Fällen war ein Aufspalten des Risses in zwei Risse zu beobachten, jedoch immer vom Bügel ausgehend. Auch in Versuchsberichten oder ausreichend dokumentierten Veröffentlichungen anderer Forschungseinrichtungen tritt dieses Muster der Rissentstehung in den meisten Fällen auf. Die Abhängigkeit vom Längsdurchmesser und anderen Faktoren ist damit bei üblich bewehrten Balken eher von untergeordneter Natur. Ausschlaggebend werden meistens die genannten Schwächungen der Zugzone sein.

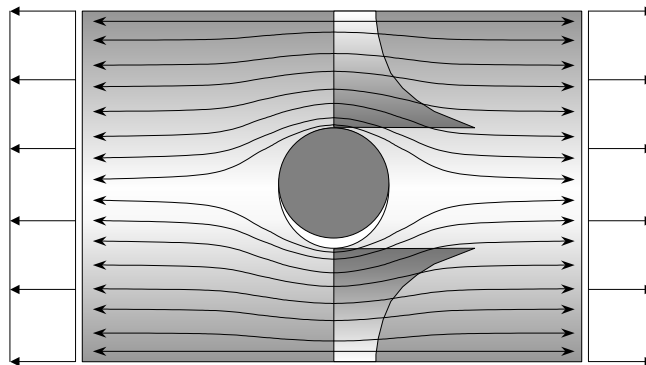


Bild 5.20 Spannungskonzentration im Beton (Zugzone) um einen Querbewehrungsstab

Damit bietet sich eine Möglichkeit, die Rissweite näherungsweise mit einfachen Methoden zu bestimmen und andererseits auch in gewissem Umfang zu beeinflussen. Mittels einer einfachen Querschnittsberechnung für das wirkende Biegemoment erhält man unter Ansatz der Mittelwerte der Baustoffeigenschaften eine mittlere Dehnung der gezogenen Betonfaser. Mit der vereinfachten Annahme, dass der verbleibende Betonkörper zwischen den Rissen nahezu starr ist und die Verformung vor allem im Riss stattfindet, kann die Rissweite wie folgt abgeschätzt werden.

mittlere Rissweite \approx mittlere Dehnung \cdot Bügelabstand

$$w_{cr,m} \approx \varepsilon_m \cdot s \quad (5.1)$$

Eine starke Schwankung der Rissweite ist jedoch möglich, so dass die maximal zu erwartende Rissweite mit $\max w_{cr} = w_{cr,m} + 50\%$ angenommen werden kann.

Um diese Annahme zu überprüfen, wurden für Balken 5 der Versuchsreihe 2 im Langzeitversuch die Rissweiten in den einzelnen Laststufen gemessen. Die Bügel sind mit 1 bis 23 nummeriert und besitzen in etwa einen Abstand von 15 cm. Der mittlere Riss bei Bügel 12 konnte auf Grund eines dort angebrachten Wegaufnehmers nicht gemessen werden. Ab einer Belastung von 24 kN spalteten sich einige Risse auf, wobei die Summe dieser Risse aufgetragen wurde. Ebenfalls ab 24 kN waren signifikante Langzeitverformungen zu beobachten, die zu einer Rissvergrößerung führten. Aus diesem Grund wurden die Rissweiten einmal direkt nach dem Aufbringen der Last sowie 24 Stunden später, genau vor dem Aufbringen des nächsten Lastschrittes gemessen.

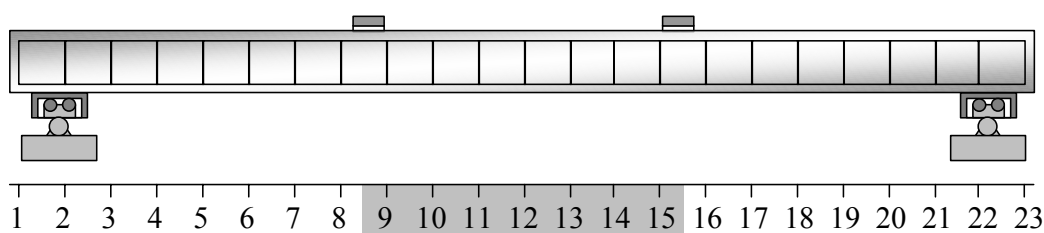


Bild 5.21 Anordnung und Nummerierung der Bügel

Tabelle 5.2 Gemessene Rissweiten und mittlere Dehnung ε_m bei Bügel 12

Nr.	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	ε_m
F	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm		mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm	mm/m
12				0,07	0,15	0,25	0,20	0,17	-	0,20	0,25	0,20	0,15	0,1				1,80
15			0,1	0,13	0,25	0,30	0,30	0,25	-	0,25	0,35	0,25	0,20	0,15	0,1			2,30
18		0,15	0,15	0,20	0,30	0,35	0,40	0,35	-	0,35	0,40	0,30	0,25	0,2	0,17	0,1		2,70
21	0,07	0,17	0,20	0,25	0,33	0,43	0,50	0,40	-	0,40	0,43	0,30	0,25	0,25	0,20	0,13		3,21
24/1	0,07	0,20	0,20	0,33	0,35	0,65	0,63	0,55	-	0,55	0,60	0,50	0,33	0,25	0,25	0,15		4,20
24/2	0,10	0,20	0,25	0,30	0,37	0,67	0,70	0,60	-	0,60	0,60	0,60	0,33	0,25	0,25	0,15		4,80
27/1	0,10	0,20	0,30	0,35	0,50	1,45	1,60	1,50	-	1,45	1,65	1,10	0,35	0,30	0,25	0,17		9,70
27/2	0,10	0,25	0,33	0,35	0,55	1,60	1,85	1,65	-	1,55	1,80	1,30	0,40	0,30	0,30	0,20	0,10	12,25
29/1	0,15	0,25	0,35	0,45	0,85	3,25	3,55	2,90	-	3,40	3,20	2,40	0,55	0,35	0,30	0,20	0,10	20,40
29/2	0,15	0,25	0,35	0,50	0,90	3,40	3,90	3,30	-	3,60	3,50	3,40	0,55	0,35	0,30	0,20	0,10	21,50

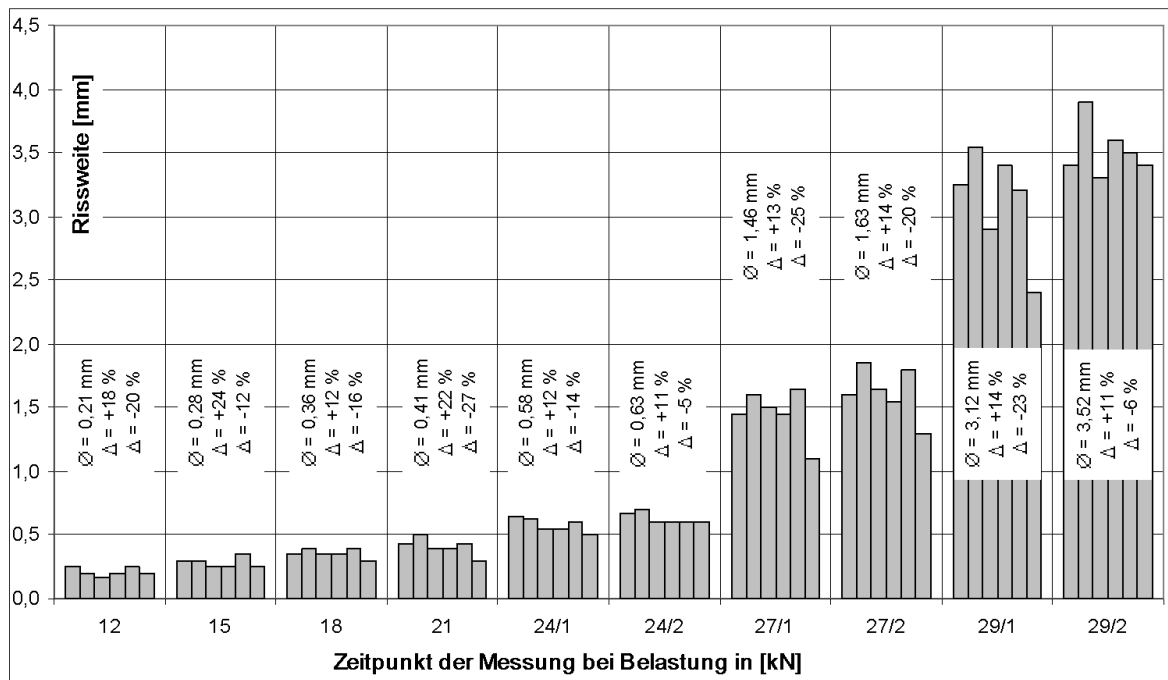


Bild 5.22 Experimentelle Ergebnisse: Rissweiten im mittleren Bereich (Bügel 9 - 15) und mittlere Dehnung bei Bügel 12

Ein Vergleich der gemessenen Rissweiten (Mittelwert) mit den rechnerisch ermittelten Werten liefert eine sehr gute Übereinstimmung. Die geringe Abweichung von maximal 13% in diesem Beispiel ist auf die genaue Kenntnis der Spannungs-Dehnungs-Linien der verwendeten Baustoffe zurückzuführen. Die hohe Genauigkeit darf deshalb nicht darüber hinweg täuschen, dass die Rissweite unter Baustellenbedingungen mit meist unbekannter Betonfestigkeit und nur näherungsweise bekannter Spannungs-Dehnungs-Linie der Bewehrung mit der vorgestellten Methode nur abgeschätzt werden kann.

Tabelle 5.3 Vergleich der experimentell und rechnerisch ermittelten Rissweiten

Last [kN]	Messwerte		Nachrechnung mit Stab2D-NL		
	mittlere Rissweite [mm]	Abweichung der Messwerte vom Mittelwert	mittlere Dehnung [mm/m]	Rissweite [mm]	Abweichung
12	0,21	18% -20%	1,34	0,20	-5%
15	0,28	24% -12%	1,91	0,29	1%
18	0,36	12% -16%	2,41	0,36	1%
21	0,41	22% -27%	2,89	0,43	6%
24/1	0,58	12% -14%	4,36	0,65	13%
24/2	0,63	11% -5%	4,36	0,65	4%
27/1	1,46	13% -25%	10,98	1,65	13%
27/2	1,63	14% -20%	10,98	1,65	1%
29/1	3,12	14% -23%	22,35	3,35	8%
29/2	3,52	11% -6%	22,35	3,35	-5%

5.2 Versuche zur Ermittlung der Querkrafttragfähigkeit von Verbundplatten unter Längszug ohne Schubbewehrung

Die im folgenden beschriebenen Versuche wurden an der Universität Stuttgart am Institut für Konstruktion und Entwurf I unter der Leitung von Frau Univ.-Prof. Dr.-Ing. Ulrike Kuhlmann im März/April 2000 durchgeführt. Der Versuchsbericht [2] vom Februar 2001 wurde freundlicherweise zur Verfügung gestellt.

5.2.1 Intention für diese Versuche

Vor allem im Stützbereich von Verbundbrücken treten durch das Stützmoment hohe Zugkräfte in der Platte auf. Bei der Bemessung der Platten für die auftretenden Querkräfte ohne Schubbewehrung wirken diese Zugspannungen ungünstig, wie die Formel aus dem EC2 (Ausgabe 06/1992) zeigt.

$$V_{Rd1} = \left[\tau_{Rd} \cdot k \cdot (1,2 + 40 \cdot \rho_l) + 0,15 \cdot \sigma_{cp} \right] \cdot b_w \cdot d \quad (5.2)$$

mit $\sigma_{cp} > 0$ Druckspannungen

$\sigma_{cp} < 0$ Zugspannungen

Der Term $0,15 \cdot \sigma_{cp}$ wurde in die Gleichung aufgenommen, um den Zuwachs an Tragfähigkeit bei der Wirkung von Druckspannungen vor allem infolge Vorspannung aus wirtschaftlichen Gründen zu berücksichtigen. In den durchgeführten Versuchen sollte geklärt werden, ob bei der Wirkung von Zugspannungen die Tragfähigkeit der Platte ohne Schubbewehrung entsprechend der Formel vermindert wird oder ob für die Bemessung ein anderer Zusammenhang mit evtl. günstigeren Ergebnissen gewählt werden kann. Ziel war es vornehmlich, eine Bemessung der zugbeanspruchten Platten ohne Schubbewehrung zu ermöglichen.

Insgesamt wurden 6 Balken mit unterschiedlichen Normalkräften und verschiedenen Längsbewehrungsverhältnissen getestet. Bei fünf der Balken trat ein eindeutiges Schubversagen durch das Ausbilden eines Schubrisses mit deutlichem Lastabfall ein. Die Last-Verformungs-Kurven zeigten bis zum Erreichen der Schubtragfähigkeit meist ein ausgeprägt lineares Verhalten (Bild 5.23, links). Nur in einem Fall (Balken A5, Bild 5.23 rechts) ergab sich ein eher für schlanke Balken typischer Verlauf. Für den vorliegenden gedrungeneren Balken ($L / h = 2 / 0,30 = 6,67$) stellten sich in diesem Fall sehr hohe Durchbiegungen bis zu $w_{ver} = 87$ mm ein.

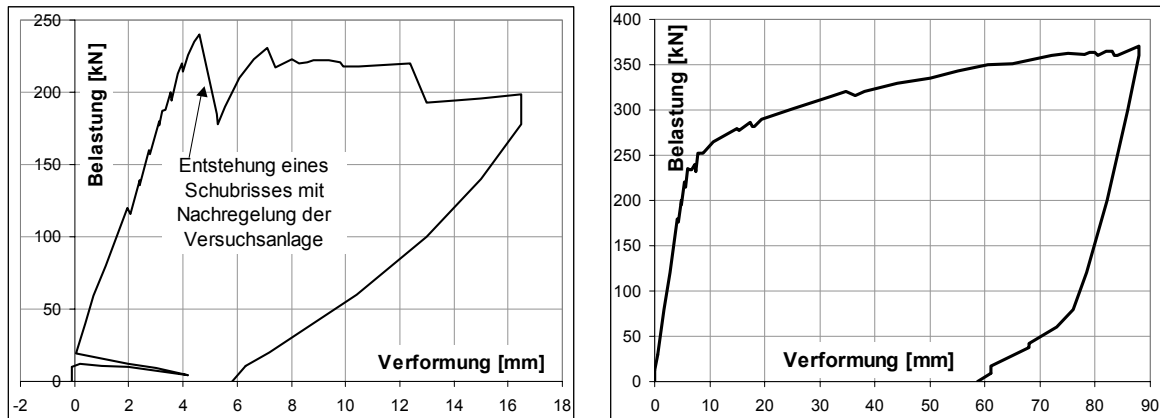


Bild 5.23 Last-Verformungs-Kurve für Träger A1 (links) und Träger A5 (rechts)

5.2.2 Versuchsaufbau und Durchführung

In Bild 5.24 sind Versuchseinrichtung und der Balkenquerschnitt dargestellt. Die effektive Stützweite beträgt $l_{\text{eff}} = 2,00$ m, die vertikale Belastung greift unsymmetrisch im Abstand von 0,75 m vom linken Auflager an. Bedingt durch die vorhandene Prüfmaschine wurde die Belastung vertikal nach oben wirkend eingeleitet. Die Längsbewehrung besitzt jeweils an den Enden ein aufgerolltes Gewinde, so dass die Einleitung der Zugkräfte über aufgeschraubte Kopfplatten erfolgen kann. Alle Kräfteinleitungspunkte sowie die Auflager sind jeweils drehbar gelagert.

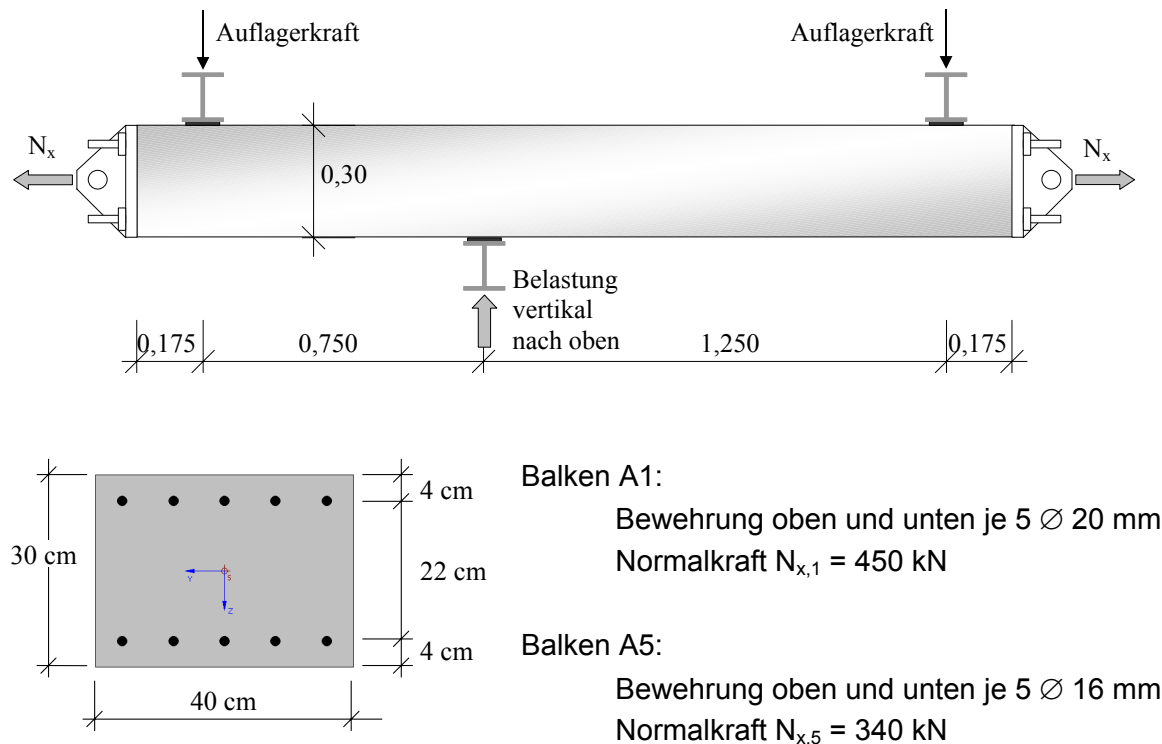


Bild 5.24 Versuchsanordnung und Balkenabmessungen

Nach dem Einbau des Prüfkörpers wird als erstes einheitlich für alle Versuche die Normalkraft weggesteuert auf $N_x = 560$ kN gesteigert, so dass eine Vorschädigung auftritt und der Balken mehrere komplett trennende Risse besitzt, welche in nahezu allen Fällen an der zusätzlich eingelegten Querbewehrung auftraten. Anschließend wird die Normalkraft wieder auf Null reduziert, um Risse aufzuzeichnen und weitere Messeinrichtungen an den jetzt vorhandenen Rissen anzubringen. Im weiteren wird die für den Querkraftversuch maßgebende Normalkraft ($N_{x,1} = 450$ kN bzw. $N_{x,5} = 340$ kN) kraftgesteuert aufgebracht und konstant gehalten. Die Querkraft wird in Stufen von 20 kN weggesteuert erhöht mit jeweils einer kurzen Pause für Messungen. Bereits in diesen nur wenige Minuten andauernden Pausen erkennt man vor allem im oberen Lastniveau deutlich den Einfluss des Kriechens des Betons bzw. der fortschreitenden Zerstörung der Betondruckzone, was sich durch einen Lastabfall bei gleichbleibender Verformung bemerkbar macht. Um diesen Effekt zu berücksichtigen, wird mit einem angenommenen Kriechbeiwert $\varphi = 0,3$ im oberen Belastungsbereich gerechnet.

5.2.3 Modellierung des System

Die Querschnitte der Balken A1 und A5 wurden mit dem Programm INCA2 modelliert. Aussparungen für die Bewehrung im Beton wurden berücksichtigt. Die Modellierung der Baustoffeigenschaften erfolgte entsprechend den Angaben aus dem Versuchsbericht. Fehlende Werte wurden in Anlehnung an die Vorgaben der DIN 1045-1 ermittelt. Für die versteifende Mitwirkung des Betons auf der Zugseite wurde das Mitwirkungsgesetz nach Quast benutzt, wobei als Rechenwert der Zugfestigkeit $f_{ct,cal} = 1/25 \cdot f_c$ angenommen wurde.

Tabelle 5.4 Kennwerte des Betons (entspricht ca. einem C40/50)

	Balken A1	Balken A5
Alter des Bauteils	28 Tage	46 Tage
E-Modul	$E_c = 31680$ N/mm ²	$E_c = 32632$ N/mm ²
Druckfestigkeit	$\sigma_{c1} = 46,54$ N/mm ²	$\sigma_{c1} = 49,38$ N/mm ²
<i>abgeleitete Werte:</i>		
Dehnung bei Erreichen der Druckfestigkeit	$\varepsilon_{c1} = 2,47$ mm/m	$\varepsilon_{c1} = 2,51$ mm/m
Zugfestigkeit für Modellierung in INCA2	$f_{ct,cal} = 1,86$ N/mm ²	$f_{ct,cal} = 1,975$ N/mm ²
Schwinddehnung (bei RH = 40%)	$\varepsilon_s = -0,09$ mm/m	$\varepsilon_s = -0,11$ mm/m
genaue Querschnittsabmessungen	301 x 403 mm	300 x 402 mm

Tabelle 5.5 Kennwerte des Betonstahls (Mittelwerte aus 3 Proben)

	Ø 20 mm für Balken A1	Ø 16 mm für Balken A5
E-Modul	193145 N/mm ²	205500 N/mm ² (stark streuend !)
Spannung für 0,2 - Dehngrenze (bei 0,2 mm/m plastischer Verformung)	$\sigma_{0,2} = 579 \text{ N/mm}^2$	$\sigma_{0,2} = 585 \text{ N/mm}^2$
Zugfestigkeit und Dehnung	$\sigma_u = 651 \text{ N/mm}^2$ bei $\varepsilon_g = 82 \text{ mm/m}$	$\sigma_u = 663 \text{ N/mm}^2$ bei $\varepsilon_g = 89 \text{ mm/m}$

Da die genaue Spannungs-Dehnungs-Linie des Betonstahls nicht bekannt ist, insbesondere der Bereich des Fließbeginns nur durch die 0,2 mm/m-Dehngrenze beschrieben ist, wird im ersten Abschnitt eine allgemeine Parabel mit dem Exponenten

$$n = 1 + \frac{0,2 \text{ mm/m}}{\left(\frac{585 \text{ N/mm}^2}{205500 \text{ N/mm}^2} \right)} = 1,07025 \quad (5.3)$$

benutzt. Im plastischen Bereich wird ein linearer Verlauf mit einem Tangentenmodul von $E_h = 907 \text{ N/mm}^2$ angenommen.

Das größte Biegemoment tritt genau an der Lasteinleitungsstelle auf. Durch die dort vorhandene Pressung wird sich ein dreiaxialer Spannungszustand im Beton einstellen, so dass kein abfallender Ast der Spannungs-Dehnungs-Linie, sondern ein horizontaler Verlauf modelliert wird. Die im Experiment A5 gemessenen Stauchungen des Betons betragen bis zu 7 mm/m, weshalb auch in der Modellierung dieser sehr hohe Wert benutzt wird.

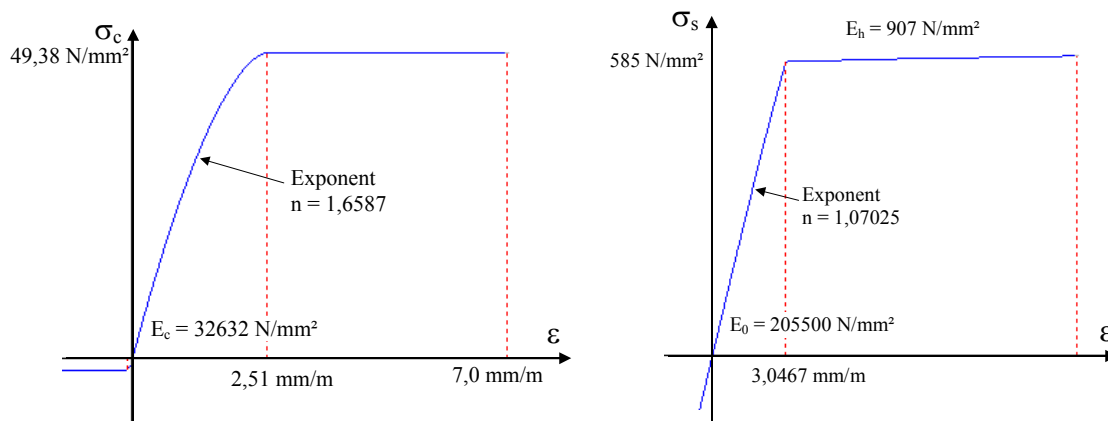


Bild 5.25 Modellierung der Baustoffe Beton und Betonstahl exemplarisch für Versuch A5

Die Modellierung des Systems erfolgt mit insgesamt vier Balken, wobei die beiden kurzen Kragarme zwecks Zeitersparnis bei der Rechnung linear-elastisch modelliert werden. Für die einwirkende Pressenlast wird eine Ausbreitung bis zur Mittellinie mit einem Winkel von 45° angesetzt. Das Eigengewicht wird mit $0,30 \text{ m} \cdot 0,40 \text{ m} \cdot 24 \text{ kN/m}^3 = 2,88 \text{ kN/m}$ berücksichtigt.

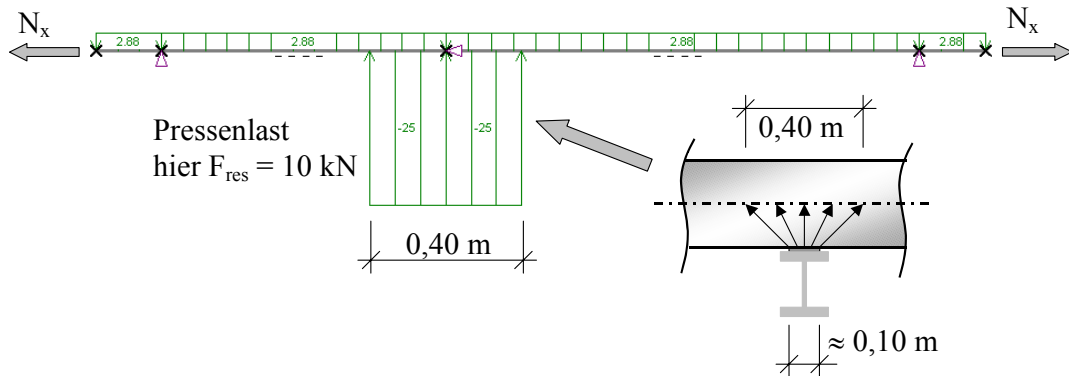


Bild 5.26 Modellierung in Stab2D-NL

5.2.4 Nachrechnung Balken A1

Die Formel zur Querkrafttragfähigkeit aus dem EC2 ergibt eine max. Querkraft von

$$\begin{aligned}
 V_{R1} &= \left[(\gamma_c \cdot \tau_{Rd}) \cdot k \cdot (1,2 + 40 \cdot \rho_l) + 0,15 \cdot \sigma_{cp} \right] \cdot b_w \cdot d & (5.4) \\
 &= \left[\left(1,5 \cdot 0,41 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2} \right) \cdot (1,6 - 0,26) \cdot \left(1,2 + 40 \cdot \frac{15,71 \text{ cm}^2}{26 \cdot 40 \text{ cm}^2} \right) - 0,15 \cdot \frac{0,450 \text{ MN}}{0,3 \text{ m} \cdot 0,4 \text{ m}} \right] \cdot 0,4 \cdot 0,22 \\
 &= [0,8241 \cdot 1,8042 - 0,5625] \cdot 0,088 = 0,0813 \text{ MN} \\
 &= 81,3 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

Im Experiment versagt der Balken jedoch erst bei einer Last von 239,98 kN, was einer maximalen Querkraft von $V_S = 149,99 \text{ kN}$ entspricht. Dieser Wert der Querkrafttragfähigkeit kann, wie folgende Nachrechnung zeigt, mit den entwickelten Algorithmen nicht vorhergesagt werden. Dennoch wird im ersten Bereich der Last-Verformungs-Kurve eine gute Übereinstimmung zwischen Experiment und Nachrechnung erzielt.

Auffallend ist, dass die gerechnete Kurve nach der Belastung von ca. 100 kN plötzlich einen etwas steileren Verlauf nimmt. Dieser Umstand ist damit zu erklären, dass durch die hohe Zugkraft zu Beginn des Experimentes durchgehende Risse aufgetreten sind, die sich bei dieser Belastung mit resultierenden Biegemomenten wieder schließen. Es bildet sich erstmals eine Druckzone aus, so dass die Steifigkeit zunimmt und die relativen Verformungen kleiner werden. Im Experiment dagegen werden sich die Risse eher kontinuierlich und durch eine gewisse Verzahnung auch etwas früher schließen, so dass hier kein ausgeprägter Knick erkennbar ist.

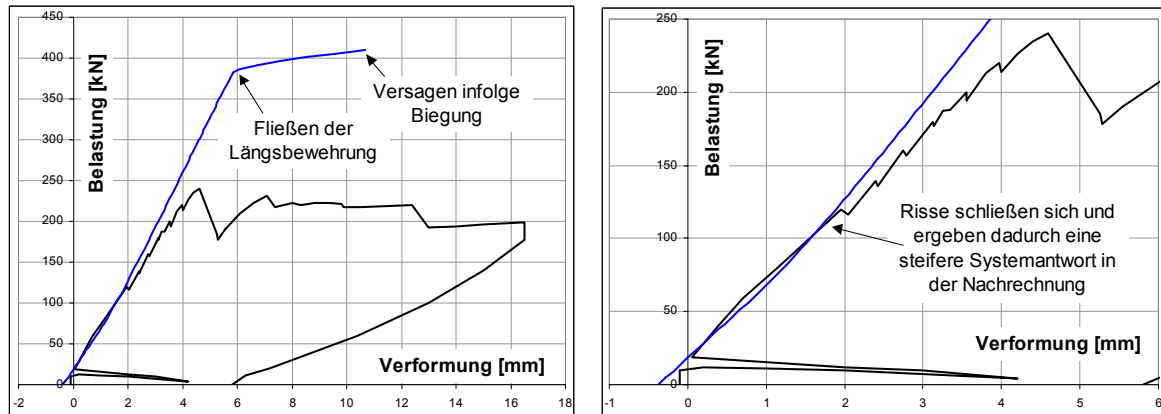


Bild 5.27 Last-Verformungs-Kurve für Balken A1, Vergleich Experiment und Nachrechnung (rechts: Kurve im Detail)

Die offensichtlichen Messprobleme zu Beginn des Experimentes (kein Nulldurchgang, Zacke im Verlauf) wurden ignoriert. Die gerechnete Kurve wurde der Anfangssteigung entsprechend in das Diagramm eingefügt.

Zusammenfassend zeigt diese Nachrechnung, dass zwar das anfängliche Verformungsverhalten des Balkens mit ausreichender Genauigkeit bestimmt werden kann, eine Vorhersage über die Tragfähigkeit ist auf Grund des Schubversagens jedoch nicht möglich.

5.2.5 Nachrechnung Balken A5

Auch hier liefert die Formel zur Querkrafttragfähigkeit aus dem EC2 eine zu kleine Querkraft:

$$\begin{aligned}
 V_{R1} &= \left[(\gamma_c \cdot \tau_{Rd}) \cdot k \cdot (1,2 + 40 \cdot \rho_l) + 0,15 \cdot \sigma_{cp} \right] \cdot b_w \cdot d & (5.5) \\
 &= \left[\left(1,5 \cdot 0,41 \frac{\text{MN}}{\text{m}^2} \right) \cdot (1,6 - 0,26) \cdot \left(1,2 + 40 \cdot \frac{10,05 \text{ cm}^2}{26 \cdot 40 \text{ cm}^2} \right) - 0,15 \cdot \frac{0,340 \text{ MN}}{0,3 \text{ m} \cdot 0,4 \text{ m}} \right] \cdot 0,4 \cdot 0,22 \\
 &= [0,8241 \cdot 1,5867 - 0,425] \cdot 0,088 = 0,0777 \text{ MN} \\
 &= 77,7 \text{ kN}
 \end{aligned}$$

Im Experiment konnte die Belastung bis auf $F = 370 \text{ kN}$ gesteigert werden, was einer maximalen Querkraft am unverformten System von $V_S = 231,25 \text{ kN}$ entspricht. Ob beim Balken anschließend Versagen auftrat oder der maximale Hubweg der hydraulischen Presse erreicht wurde, lässt sich dem Versuchsbericht nicht eindeutig entnehmen.

Insgesamt zeigt die Last-Verformungs-Kurve jedoch einen typischen Verlauf für ein Versagen auf Biegung, welches durch das Fließen der Bewehrung und das anschließende Erreichen der Grenzdehnungen charakterisiert ist. Die Verformungen sind mit $w_{\text{ver}} = 87 \text{ mm}$ für den vorliegenden Balken mit seiner kleinen Schlankheit enorm und

tragen aufgrund der Wirkung der Normalkraft zur Abtragung der Belastung mit bei. Das Biegemoment infolge Theorie 2. Ordnung ergibt sich zu

$$M_{II} = w_{\text{ver}} \cdot N_x = 0,087 \text{ m} \cdot 340 \text{ kN} = 29,58 \text{ kNm.} \quad (5.6)$$

Außerdem wird durch die Verformung der kleinen Kragarme und die Wirkung der Normalkraft über den Auflagern ein kleines negatives Stützmoment erzeugt, welches ebenfalls zur Verminderung des maximalen Biegemomentes im Feld beiträgt. In der Summe wird damit nicht nur das auf den Querschnitt wirkende Biegemoment von ca. 153,5 kNm auf 121 kNm stark vermindert, auch die senkrecht zur Balkenachse wirkende Querkraft wird reduziert, da ein Teil der Belastung über die jetzt schräg wirkende Normalkraft wie über ein Seil abgetragen wird.

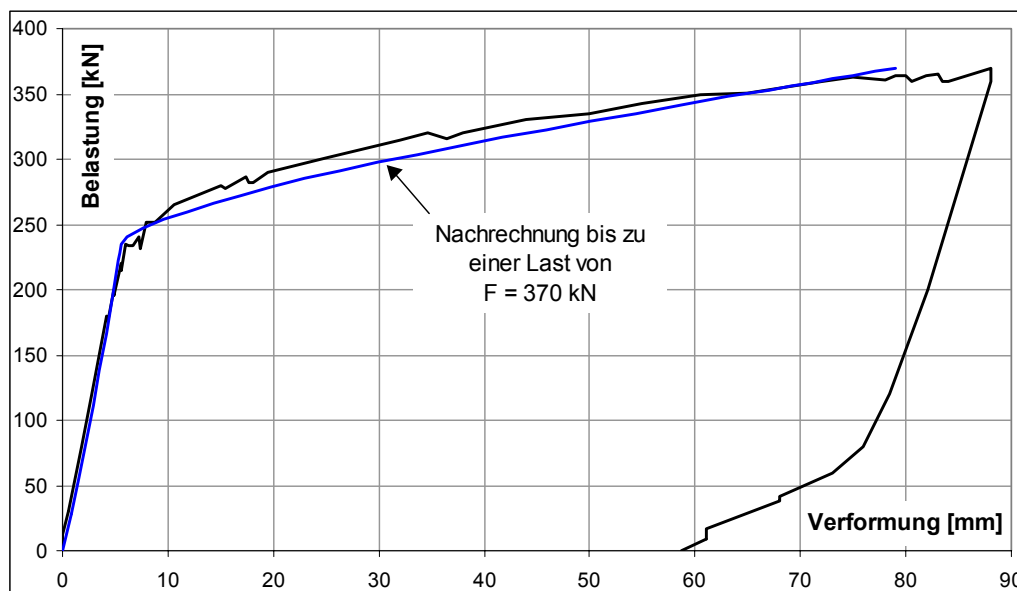


Bild 5.28 Nachrechnung Last-Verformungs-Kurve für Träger A5

Für die Berechnung der in Bild 5.28 gezeigten Last-Verformungs-Kurve mit insgesamt 36 Lastschritten ist die Iteration relativ aufwändig, da ein weiter Bereich der Kurve sehr dicht an der maximalen Querschnittstragfähigkeit bei extrem großen Verkrümmungen und entsprechend kleinen Biegesteifigkeiten liegt. Die Achsenlängsdehnung ist sehr groß und reagiert während der Iteration empfindlich auf Änderungen von Biegemoment und Normalkraft. Trotzdem erweist sich die Iteration als sehr stabil, so dass es im Extremfall möglich ist, die maximale Belastung von $F = 370 \text{ kN}$ sowie die Normalkraft von $N_x = 340 \text{ kN}$ in einem einzigen Lastschritt aufzubringen. Nach 15 Iterationen und einer Rechenzeit von ca. 10 Sekunden verbleibt nur noch eine nicht im Gleichgewicht stehende Kraft von 0,01 kN, womit ein konvergentes Ergebnis erreicht ist.

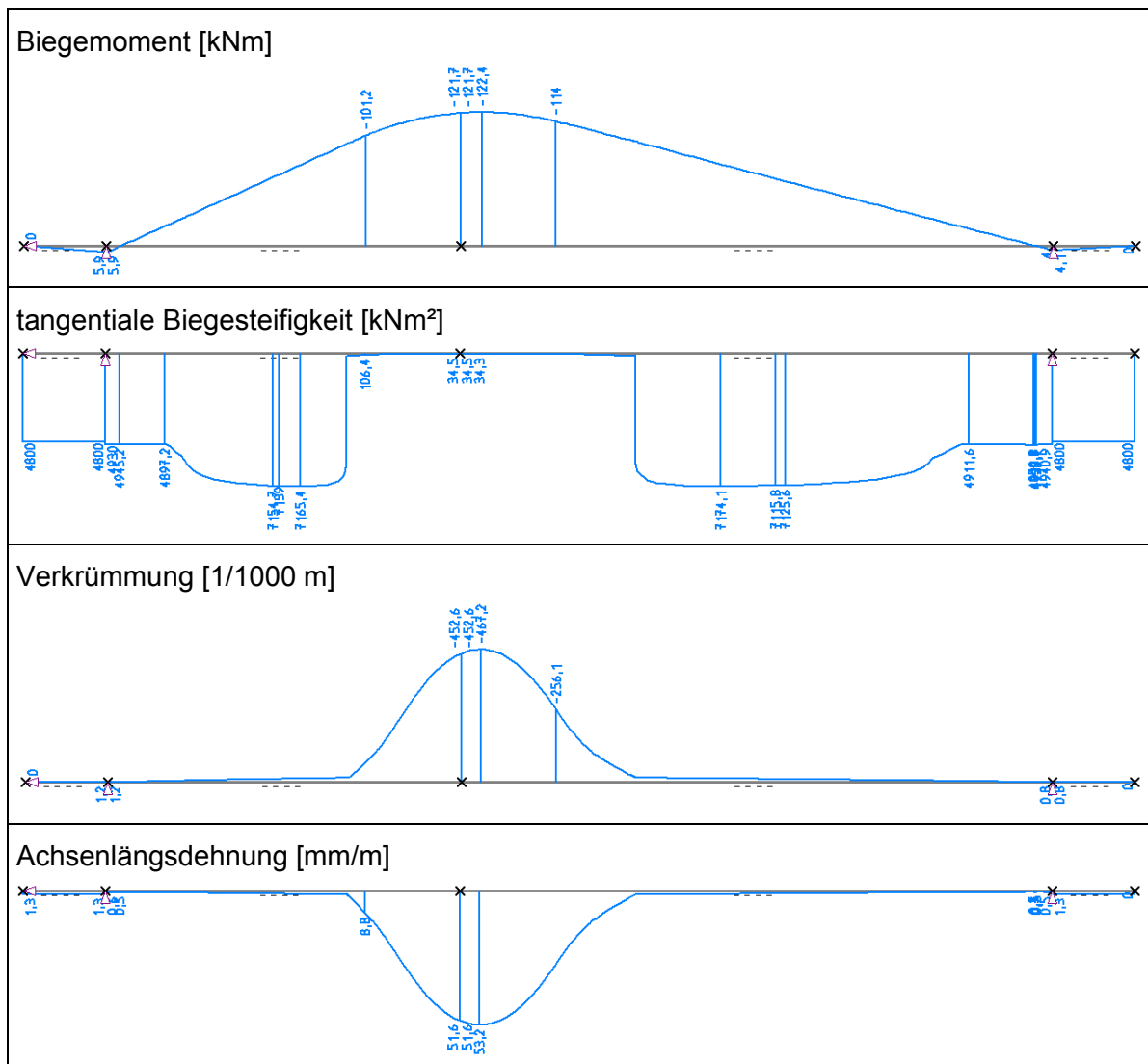


Bild 5.29 Ergebnisse für Balken A5 für die maximale Belastung

Am Verlauf der Biegesteifigkeiten erkennt man deutlich, dass über den Auflagern der Querschnitt komplett gerissen ist und die Steifigkeitswerte mit ca. $B_{II} = 4900 \text{ kNm}^2$ kleiner als im benachbarten Balkenbereich mit ca. $B_{II} = 7150 \text{ kNm}^2$ sind. In diesem Abschnitt haben sich die trennenden Risse durch die Wirkung der Biegemomente wieder soweit geschlossen, dass sich eine Druckzone ausbilden kann, die zur Vergrößerung der Steifigkeit beiträgt.

Im mittleren Bereich setzt das Fließen der Bewehrung ein, so dass die Steifigkeiten auf 0,5 % der vorherigen Werte abfallen und die Verkrümmungen und Dehnungen entsprechend stark ansteigen.

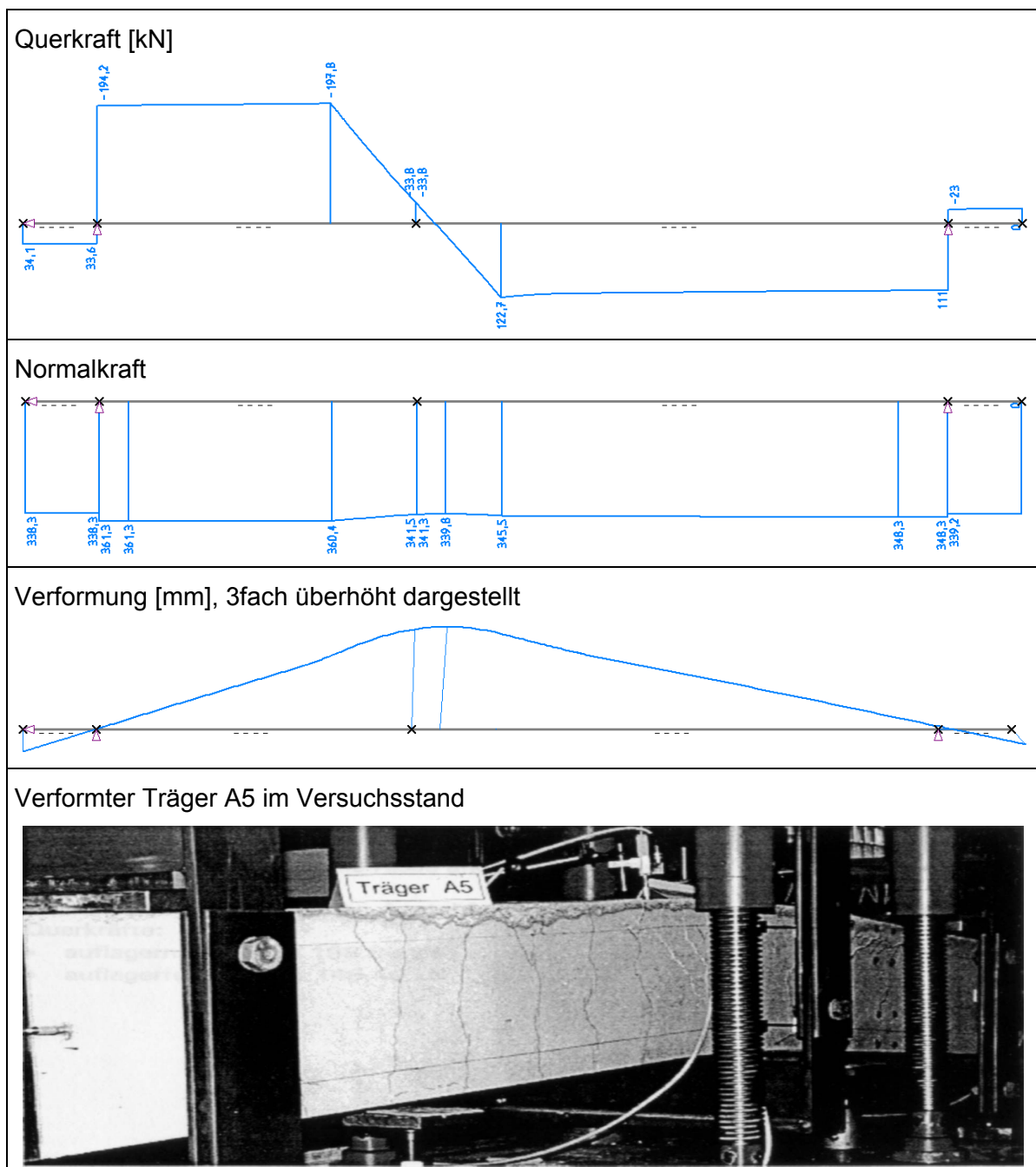


Bild 5.30 Weitere Ergebnisse für Balken A5, Foto von Balken 5

In den Verläufen von Querkraft und Normalkraft erkennt man den Einfluss der Verformung. Da die Schnittgrößen immer auf die lokale Balkenachse bezogen werden, entspricht die Normalkraft nur im horizontalen mittleren Teil des Balkens dem Sollwert $N_x = 340$ kN. Kleine Abweichungen, bedingt durch die Abbruchgenauigkeit bei der Iteration von $\Delta = 0,2$ kN, sind möglich. Jeweils am Anfang und Ende des Balkens kann eine Kontrolle der resultierenden Kraft durchgeführt werden:

$$R_{\text{links}} = \sqrt{338,3^2 + 34,1^2} = 340,014 \text{ kN} \approx 340 \text{ kN} \quad (5.7)$$

Da in den durchgeführten rechnerischen Untersuchungen auch die Achsendeformation berücksichtigt wird und diese beim Abbau von Zwangsbeanspruchungen infolge Schwinden oder Temperatur (Abfließen der Hydratationswärme) eine große Rolle spielt, sollen auch diese Werte verglichen werden.

Im Experiment wurde der Balken in horizontaler Richtung schwimmend gelagert. Die Pressen an beiden Enden sollten dafür sorgen, dass der Querlasteinleitungspunkt keine Verschiebung erhält. Wie die Auswertung der beiden Wegaufnehmer in Bild 5.31 jedoch zeigt, ist dies beim Träger A5 nur mit mäßigem Erfolg gelungen. Während die eine Seite nur eine Verschiebung von ca. 1 mm erfährt, wird das andere Stabende um ca. 10 mm verschoben. Für einen Vergleich ist jedoch die Summe dieser beiden Verschiebungen maßgebend, welche die gesamte Längsdehnung des Balkens angibt.

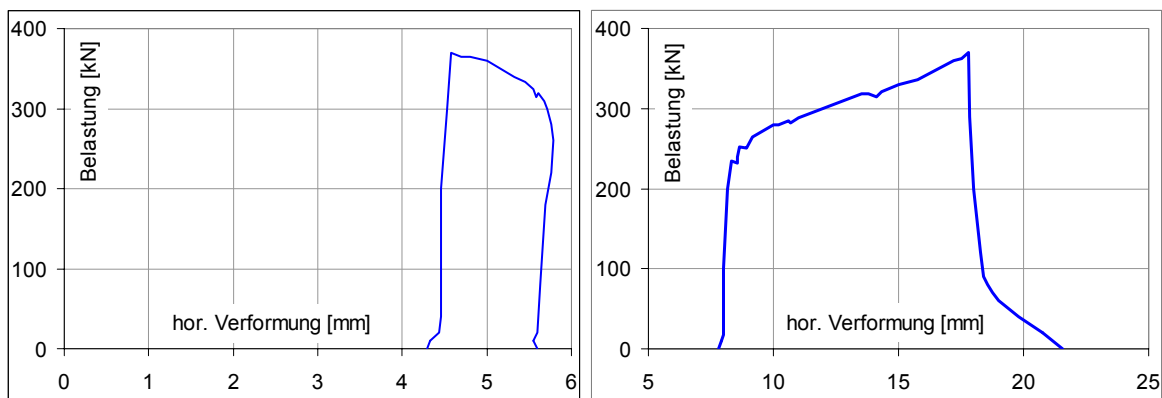


Bild 5.31 Horizontale Verschiebung am linken und rechten Balkenende

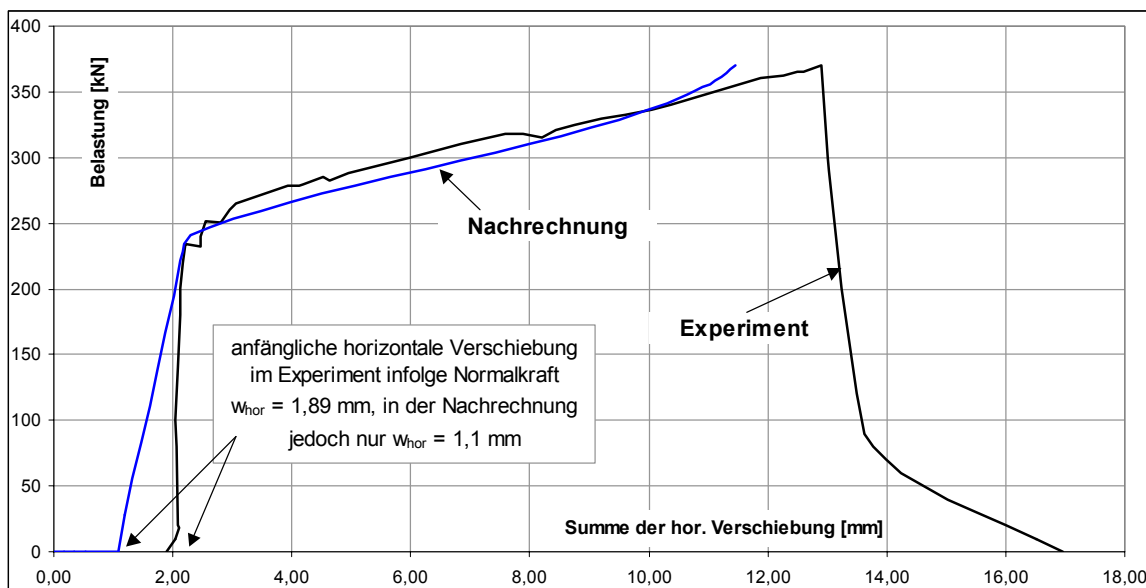


Bild 5.32 Summe der horizontalen Verschiebung und Vergleich mit der Nachrechnung

Auffallend ist, dass die Verformung bei reiner Normalkraftbeanspruchung ($N_x = 340 \text{ kN}$, $F = 0,0 \text{ kN}$) nicht korrekt vorhergesagt werden kann. Da der Balken im Experiment am Vortag mit einer Normalkraft von $N_x = 560 \text{ kN}$ belastet und anschließend wieder entlastet wurde, liegt eine Vorschädigung vor, so dass auch bei kleineren Beanspruchungen etwas größere Verformungen als bei einer Erstbelastung auftreten werden.

Am Ende des Versuchs ab einer Kraft von ca. 350 kN führt die große vertikale Verformung des Trägers zu einer signifikanten horizontalen Bewegung der Auflagerpunkte aufeinander zu.

5.3 Versuche an Glasfaserbewehrten Betonbalken

Im Artikel "Analysis of Fiber-Reinforced Polymer Composite Grid Reinforced Concrete Beams" (ACI Structural Journal / März-April 2003, S. 250-258) erläutern FEDERICO A. TAVAREZ, LAWRENCE C. BANK und MICHAEL E. PLESHA durchgeführte Versuche zum Verhalten von Glasfaserbewehrten Betonbalken [3, 4]. Es werden FE-Berechnungen der Last-Verformungs-Kurven mit dem Programm LS-DYNA präsentiert und diskutiert sowie mit den experimentell ermittelten Werten verglichen.

5.3.1 Versuchsaufbau und Baustoffe

Es wurden drei Balken im 4-Punkt-Biegeversuch getestet (Bild 5.33). Die Bewehrung erfolgte ausschließlich durch ein Gitter aus in Polymer gebundenen Glasfasern. Neben der unteren Längsbewehrung in Form von extrudierten Doppel-T-Profilen umfasste das Gitter vertikale und horizontale Stäbe als eine Art Verbügelung sowie eine obere Längsbewehrung (3D-Ansicht in Bild 5.34).

Die Druckfestigkeit des Betons beträgt $f_c = 34,5 \text{ N/mm}^2$. Für die Nachrechnung wurden alle weiteren Werte in Anlehnung an die DIN 1045-1 wie folgt ermittelt.

$$\text{Druck } f_c = 34,5 \text{ N/mm}^2 \quad \varepsilon_c = -2,25 \text{ mm/m} \quad E_c = 30900 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{Zug } f_{ct,R} = 1,15 \text{ N/mm} = \frac{1}{30} \cdot f_c \quad \varepsilon_{ct} = 0,1 \text{ mm/m}$$

Für den Glasfaser-Verbund-Werkstoff wurden im Versuch folgende Werte bestimmt:

$$\text{Druck } f_{GF,c} = 177,9 \text{ N/mm}^2 \quad \varepsilon_y = -6,668 \text{ mm/m} \quad E_{GF} = 26680 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{Zug } f_{GF,t} = 266,8 \text{ N/mm}^2 \quad \varepsilon_y = 10,00 \text{ mm/m}$$

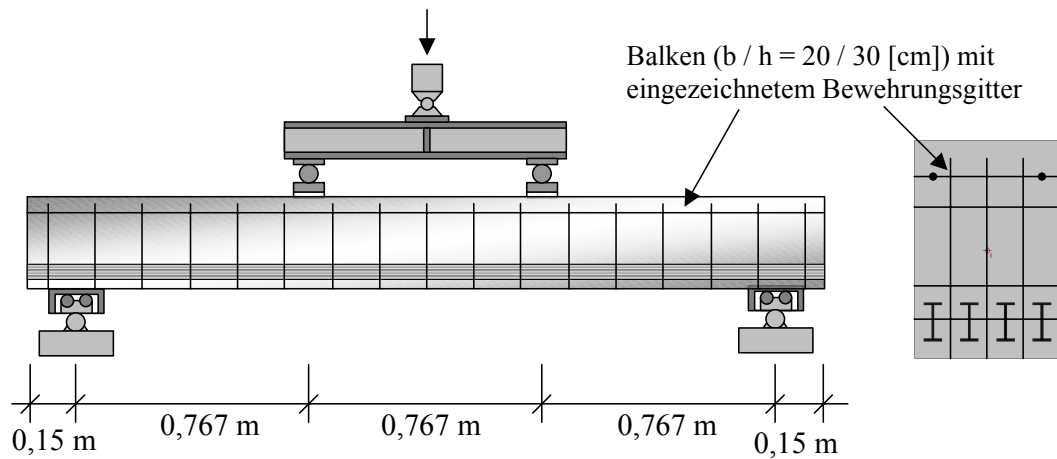


Bild 5.33 Versuchsaufbau (kurzer Balken, $\ell_{\text{eff}} = 2,30 \text{ m}$), Balken mit Bewehrungsgitter aus in Polymer gebundenen Glasfasern

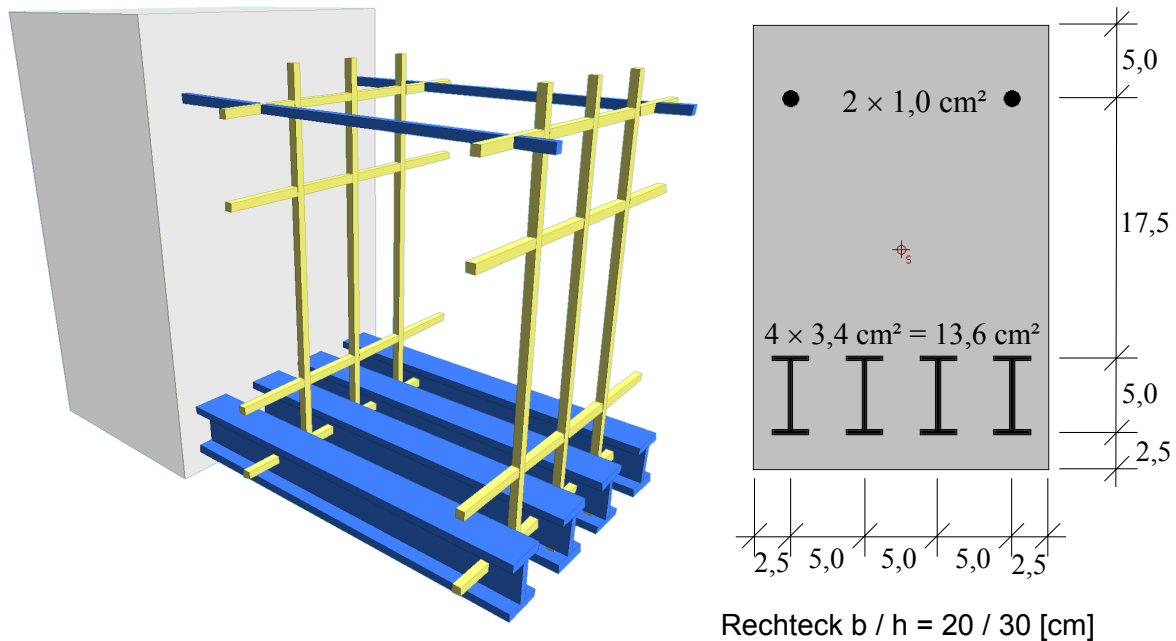


Bild 5.34 3D-Ansicht der Glasfaserbewehrung, modellierter Querschnitt in INCA2 ohne Berücksichtigung der Verbügelung

5.3.2 Versuchsergebnisse und Nachrechnung mittels LS-DYNA

Die Versuchsergebnisse (Bild 5.35, links) ergeben bis nahezu 2/3 der Maximallast einen linearen Zusammenhang zwischen Kraft und Verformung. Eine versteifende Mitwirkung des Betons in der Zugzone ist im Experiment nicht zu erkennen. Im Bereich nahe der Maximallast verformt sich der Balken nichtlinear, um dann bei nur leicht gesteigertem Weg zu versagen.

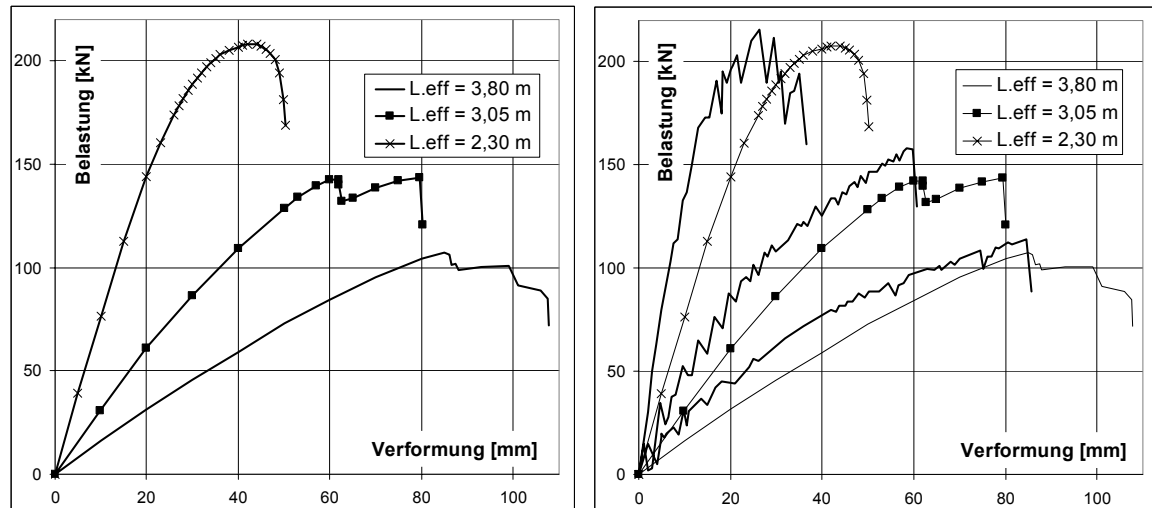


Bild 5.35 Last-Verformungs-Diagramme für die Balkenmitte, links - experimentelle Werte, rechts - Vergleich mit der Rechnung mit LS-DYNA von TAVAREZ et al [4]

Im Bild 5.35, rechts sind die Ergebnisse einer FE-Rechnung mit LS-DYNA den Versuchsergebnissen gegenübergestellt. TAVAREZ et al [4] benötigen für die Rechnung nur einer Last-Verformungs-Kurve mit Wegsteuerung die erstaunliche Zeit von bis zu 65 Stunden (600 MHz PC). Charakteristisch sind die Zacken in den gerechneten Linien, die auf das plötzliche Auftreten von Rissen in den Finiten Elementen oder sogar auf das Versagen eines Elementes hinweisen, jedoch im Experiment nicht wiederzufinden sind. Wahrscheinlich bedingt durch die Annahme eines starren Verbunds zwischen Bewehrung und Beton und einer zu hohen versteifenden Mitwirkung der gerissenen Betonzugzone wurden alle drei Balken im Zustand II zu steif gerechnet. Der Wert der maximalen Belastung konnte gut ermittelt werden.

Die geringe Biegesteifigkeit aller Balken im Experiment von $B_{II} = 1564$ bis 1687 kNm^2 gegenüber dem ungerissenen Zustand mit $EI = 13905 \text{ kNm}^2$ lässt sich nur durch eine Rissbildung bereits vor Belastungsbeginn erklären. Durch das glasfaserverstärkte Polymergitter besitzt der Balken eine sehr enge Verbügelung. Ca. alle 15 cm sind 3 vertikale sowie 4 horizontale Stäbe angeordnet, deren glatte Oberfläche im Gegensatz zum Betonstahl mit Rippen keinen guten Verbund gewährleistet. Damit könnten sich bereits durch das Schwinden Mikrorisse im Beton bilden, die sich bei Belastungsbeginn schnell zu durchgehenden Rissen summieren.

Insofern stellt die Modellierung eines starren Verbunds zwischen den glatten, extrudierten Profilen und dem Beton eine grobe Vereinfachung dar. Zur Verbesserung der Nachrechnung bliebe nur die Benutzung von Verbundelementen mit einer sehr kleinen Steifigkeit, was jedoch zu weiteren numerischen Problemen bei der Rechnung führen würde.

5.3.3 Modellierung und Nachrechnung mit Stab2D-NL

Um die im vorherigen Abschnitt beschriebene geringe Mitwirkung des Betons in der gerissenen Zugzone zutreffend zu berücksichtigen, darf die Dehnung ε_u , bei der die versteifende Mitwirkung aufhört, nicht gleich der Fließdehnung der Glasfasern von $\varepsilon_y = 10 \text{ mm/m}$ gesetzt werden. Vielmehr ist die Dehnung ε_u eine Funktion des Betons und des Verbunds zwischen Bewehrung und Beton und wird nur aus praktischen, rechen-technischen Überlegungen bei Verwendung von üblichen Betonstählen gleich der Fließgrenze der Bewehrung gesetzt. Im vorliegenden Fall werden deshalb folgende Werte benutzt.

$$\varepsilon_{cr} = 0,1 \text{ mm/m} \quad \text{Rissdehnung}$$

$$\varepsilon_u = 2,5 \text{ mm/m} \quad \text{Dehnung bei Wegfall der versteifenden Mitwirkung}$$

Der Exponent für den Verlauf der Abminderung im gerissenen Zustand wurde mit $n_{VMB} = 2$ festgelegt, um den schlechten Verbund zwischen den extrudierten Glasfaserprofilen und dem Beton zu berücksichtigen.

In den folgenden Abbildungen (Bild 5.36 – 5.38) sind die Ergebnisse einer Nachrechnung mit Stab2D-NL den bereits zuvor gezeigten experimentellen Werten sowie der Nachrechnung mit LS-DYNA gegenüber gestellt. Die Steifigkeit zu Beginn des Versuchs wird mit $B \approx EI_{lin-el.}$ in der Rechnung mit Stab2D-NL bei allen Balken überschätzt. Bereits jedoch bei 20% der maximalen Last ist die Mitwirkung der gerissenen Betonzugzone durch die hohen Dehnungen der Glasfasern auf Null reduziert, so dass die berechnete Systemantwort in diesem Bereich nahezu linear ist und eine sehr gute Übereinstimmung mit den Versuchsergebnissen erzielt wird.

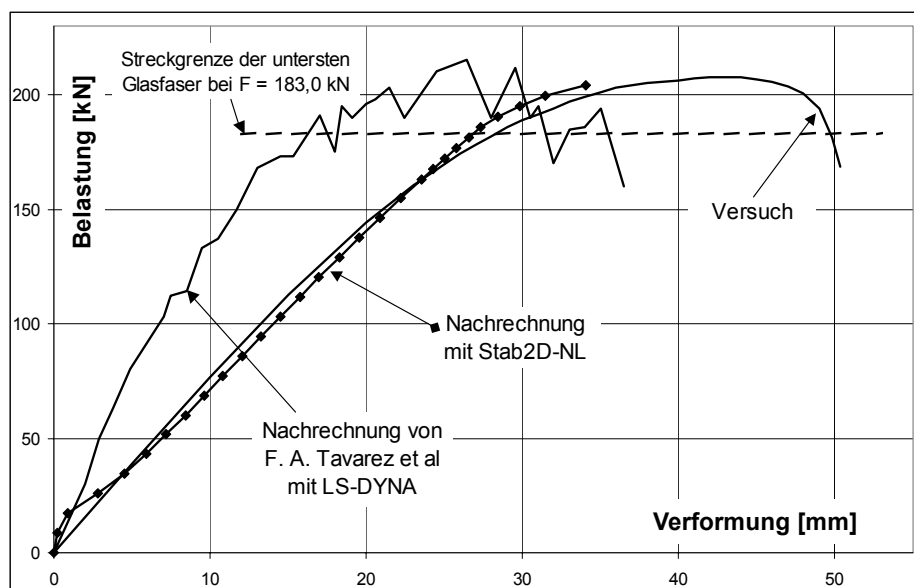


Bild 5.36 Last-Verformungs-Diagramm für den kurzen Balken ($l_{eff} = 2,30 \text{ m}$)

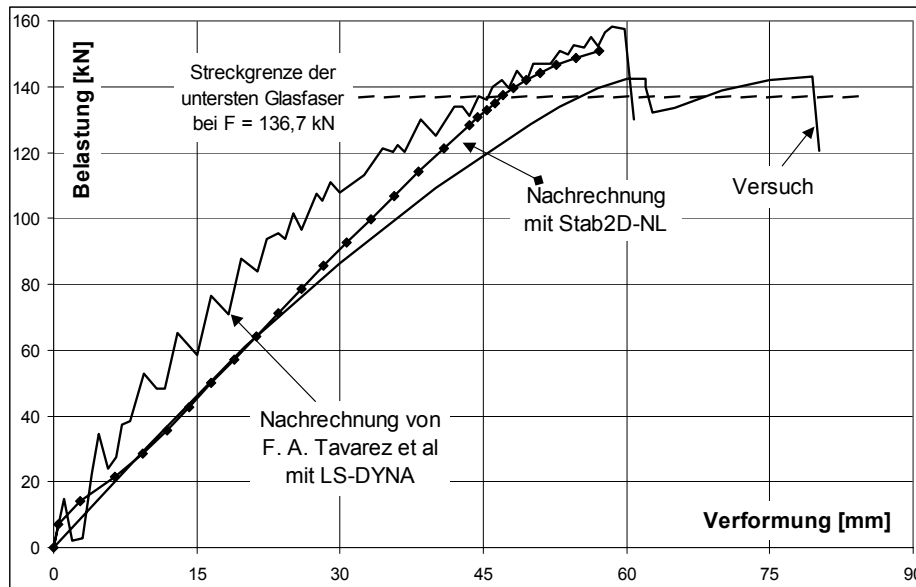
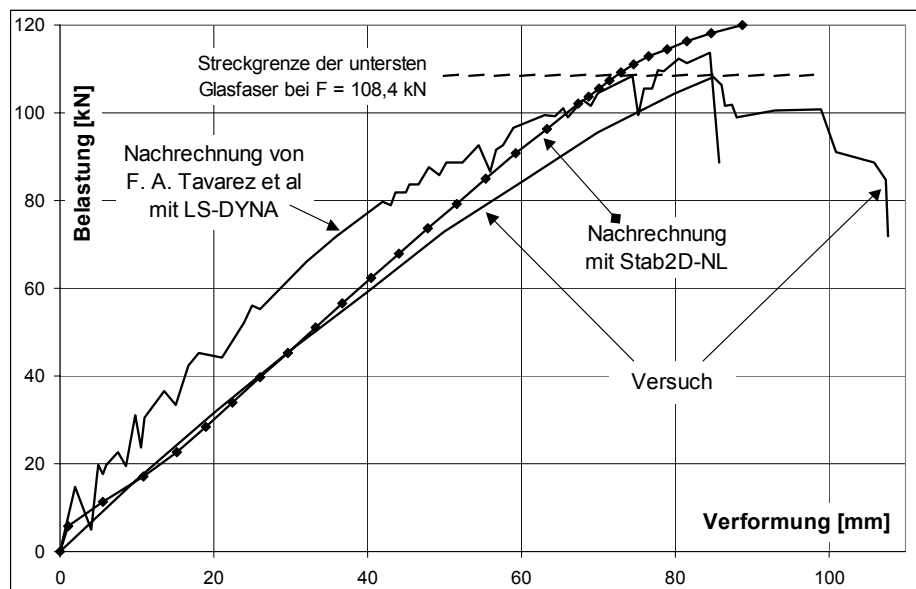
Bild 5.37 Last-Verformungs-Diagramm für den mittleren Balken ($l_{\text{eff}} = 3,05 \text{ m}$)Bild 5.38 Last-Verformungs-Diagramm für den langen Balken ($l_{\text{eff}} = 3,80 \text{ m}$)

Tabelle 5.6 Vergleich der Tragfähigkeiten

Art Balken	Tragfähigkeit			
	Experiment	LS-DYNA	Stab2D-NL $\epsilon_{\text{Zug}} = 10 \text{ mm/m}$ $\epsilon_{\text{Druck}} = -3,5 \text{ mm/m}$	Stab2D-NL $\epsilon_{\text{Zug}} = 20 \text{ mm/m}$ $\epsilon_{\text{Druck}} = -3,5 \text{ mm/m}$
$l_{\text{eff}} = 2,30 \text{ m}$	207,8 kN	215,3 kN	183,0 kN	204,0 kN
$l_{\text{eff}} = 3,05 \text{ m}$	143,2 kN	161,9 kN	136,7 kN	151,0 kN
$l_{\text{eff}} = 3,80 \text{ m}$	108,1 kN	113,0 kN	108,4 kN	120,0 kN

Die erreichbare Traglast kann je nach Annahme der Grenzdehnungen mit einer maximalen Abweichung von 13,6% berechnet werden. Die Abweichung bei Rechnung mit LS-DYNA beträgt zum Vergleich ebenfalls maximal 13%. Im oberen Bereich werden die Verformungen unterschätzt, was an ausgeprägt lokalen Effekten (Diskontinuitätsbereiche) liegen wird, die mittels einer Rechnung mit Balkenelementen nicht erfasst werden können. Im Versuch platzte der Beton auf der Unterseite großräumig ab und es bildete sich eine Art Gelenk unterhalb der Lasteinleitungen mit großen Rotationen, so dass die Annahme vom Ebenbleiben des Querschnitts an dieser Stelle nicht mehr zutrifft.

Zusammenfassend lässt sich erkennen, dass die Nachrechnung mit Stab2D-NL im Gebrauchszustand bis kurz unterhalb der maximalen Last eine sehr gute Übereinstimmung liefert. Die Vorhersage der maximalen Tragfähigkeit ist befriedigend, da das im Experiment beobachtete Versagen von dem in der Rechnung unterstellten reinen Biegeversagen abweicht.

Die Rechenzeit für eine Last-Verformungs-Kurve mit Balken-Elementen liegt bei 9 Sekunden (1500 MHz PC, 30 Lastschritte) und ist damit um den Faktor 10.000 schneller als die von TAVAREZ et al präsentierte FE-Rechnung mit LS-DYNA. Wie bei den Experimenten zuvor kann auch hier die Belastung im Extremfall in einem einzigen Lastschritt aufgebracht werden.

Durch die einfache Modellierung des Systems und vor allem durch die schnelle Berechnung bei vergleichbarer Qualität der Ergebnisse ist für die baupraktische Bemessung eines Betonbalkens mit Bewehrung aus Glasfasern eine übliche Querschnittsrechnung vorteilhafter, die mit einfachen Spannungs-Dehnungs-Linien und unter Annahme der Bernoulli-Hypothese durchgeführt wird.

5.4 Stützenversuche

Im Artikel "Slender High-Strength Concrete Columns Subjected to Eccentric Loading" (Journal of Structural Engineering / März 1998, S. 233-240) erläutern CHRISTINA CLAESON und KENT GYLLTOFT durchgeführte Versuche zum Verhalten von Stahlbetonstützen unter exzentrischer Belastung [5]. In den vorgestellten Experimenten wurden 12 Stützen getestet, bei denen Betonfestigkeitsklasse, Schlankheit und Abstand der Bügelbewehrung variiert wurden. Neben den experimentellen Ergebnissen wurden in dem Artikel auch Ergebnisse einer Nachrechnung mit FEM vorgestellt.

Von Interesse sind insbesondere die schlanken Stützen, bei denen die Stützentragfähigkeit kleiner als die Querschnittstragfähigkeit ist. Damit bieten sich diese Experimente an, bei der Nachrechnung mittels lastgesteuertem Versuch die Stabilität des Rechen-

verfahrens nahe der Stütztraglast zu testen. Im weggesteuerten Versuch kann anschließend die maximale Traglast überprüft und außerdem das Verhalten nach Überschreiten der Höchstlast mit den experimentellen Werten verglichen werden.

5.4.1 Versuchsaufbau und Baustoffe

Die hier vorgestellte Nachrechnung beschränkt sich auf die Stützen der Versuchsreihe C. Die Abmessungen des Querschnitts sowie des Systems sind Bild 5.39 zu entnehmen. Die Längsbewehrung besteht aus 4 \varnothing 16 mm Ks60 (Schwedische Typenbezeichnung). Die Stützen sind an den Enden auf einer halbkreisförmigen, beweglichen Metallkonstruktion mit dem Radius $R = 15$ cm gelagert. Mit einer Exzentrizität von 20 mm wird die Normalkraft eingeleitet. Die Knicklänge für die Nachrechnung ergibt sich aus der Stützenlänge sowie aus der Kinematik der Auflager zu

$$l_0 = 4,0 + 2 \cdot 0,098 - 2 \cdot 0,15 = 3,896 \text{ m.} \quad (5.8)$$

Durch die nicht als Schneide ausgebildeten Auflagerpunkte verändert sich bei einer Stützenverformung auch die Lage des Krafteinleitungspunktes und damit die Exzentrizität für die Stütze. Durch die ebenfalls in Bild 5.39 gezeigte Modellierung wird dieser Sachverhalt hier berücksichtigt.

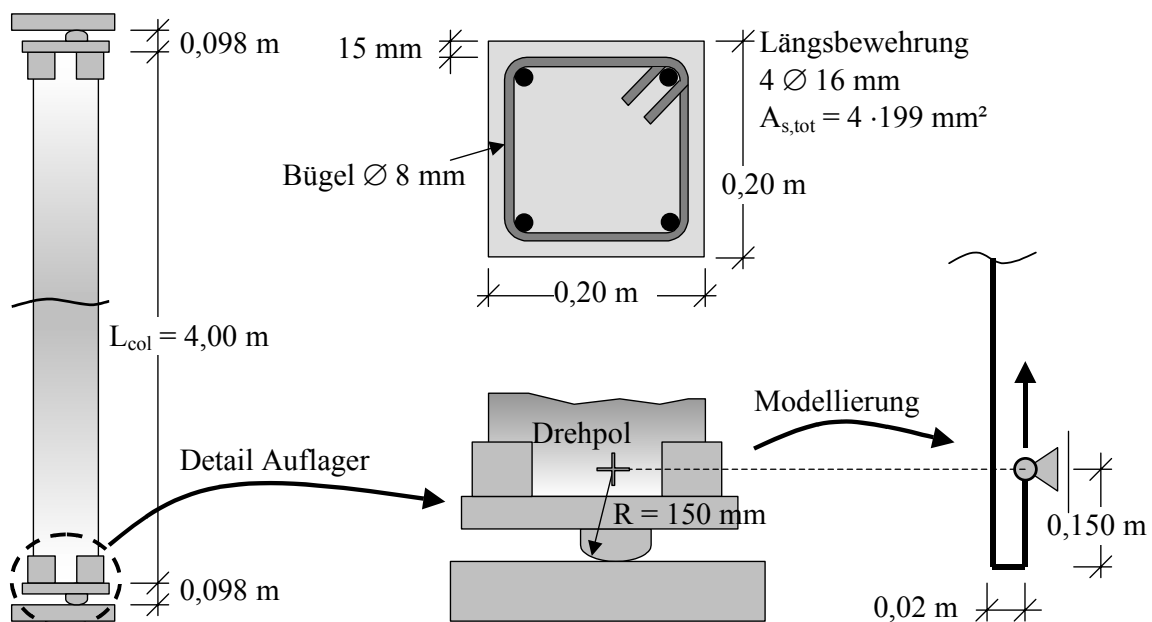


Bild 5.39 System und Querschnitt, Modellierung des Krafteinleitungsbereichs durch besondere Kinematik der Auflagerung

Die Stützen wurden im Alter von ca. 28 Tagen getestet. Die Ermittlung der Baustoffkennwerte für den Beton erfolgte sowohl an Würfeln als auch an Zylindern am Versuchstag.

Eigenschaften des Betons, Druckversuch an Zylindern

$f_{c,cyl} = 37 \text{ N/mm}^2$	$E_c \approx 28.000 \text{ N/mm}^2$	für normalfesten Beton
$f_{c,cyl} = 93 \text{ N/mm}^2$	$E_c \approx 42.000 \text{ N/mm}^2$	für hochfesten Beton

Eigenschaften der Bewehrung $\varnothing 16 \text{ mm}$, Zugversuch:

$A_s = 199 \text{ mm}^2$	$E_s = 207.000 \text{ N/mm}^2$
$f_y = 636 \text{ N/mm}^2$	$f_u = 721 \text{ N/mm}^2$

Die Fließgrenze der Bewehrung wurde wiederum als 0,2 mm/m-Dehngrenze modelliert.

5.4.2 Versuchsergebnisse

In Bild 5.40 sind die experimentell ermittelten Last-Verformungs-Diagramme für die 4 Stützen der Versuchsreihe C dargestellt. Bemerkenswert ist, dass die Stützen mit der engen Verbügelung ($s = 13 \text{ cm}$) in diesen Versuchen eine geringfügig kleinere Traglast besitzen. Auch in der Betondruckzone stellt der Bügel eine Störstelle bei der Übertragung der Druckspannungen dar, so dass senkrecht dazu vermehrt Zugspannungen auftreten werden. Andererseits erhöhen sich durch die umschnürende Wirkung und den resultierenden mehraxialen Spannungszustand die aufnehmbaren Druckspannungen innerhalb der Verbügelung. Je nach Parameterkombination wird mal der eine, mal der andere Einfluss überwiegen. Nach Erreichen der Höchstlast wirkt sich die Verbügelung zugunsten eines duktileren Verhaltens aus.

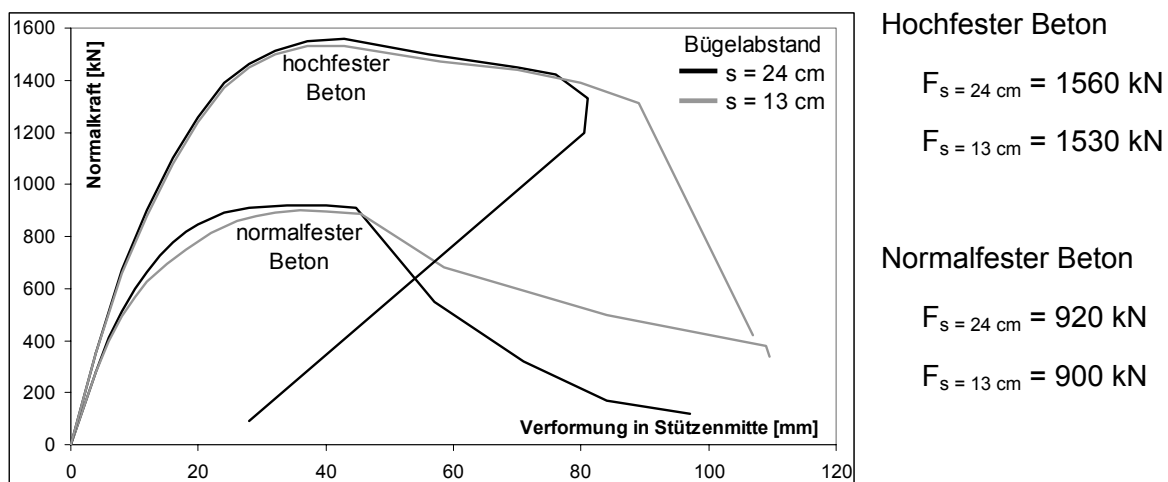


Bild 5.40 Experimentelle Ergebnisse: Last-Verformungs-Diagramm und Traglasten

5.4.3 Modellierung und Nachrechnung mit Stab2D-NL

Die gegebenen Baustoffkennwerte für den Beton beschränkten sich auf die maximale Druckspannung und auf den E-Modul, so dass alle weiteren Kennwerte in Anlehnung an die DIN 1045-1 ermittelt wurden. Der Rechenwert der Zugfestigkeit des normalfesten Betons wurde zu $f_{ct,R} = 1/20 \cdot f_c$ festgelegt, beim hochfesten Beton wurde $f_{ct,R} = 1/30 \cdot f_c$ benutzt. Die Berechnung der Schwinddehnungen ergab entsprechend $\varepsilon_s = -0,157$ mm/m sowie $\varepsilon_s = -0,05$ mm/m.

Nachrechnung des Versuchs mit normalfestem Beton:

Die Belastung kann bis auf $F_{max} = 926,0$ kN gesteigert werden, ohne dass Konvergenzprobleme auftreten. Die Rechenzeit liegt unter einer Sekunde, wobei die Belastung ohne Probleme sogar in einem einzigen Lastschritt aufgebracht werden kann. Dieses gute Konvergenzverhalten liegt vor allem daran, dass im Traglastzustand der Stütze die tangentielle Biegesteifigkeit nur auf ca. 30% reduziert wird. Bei weiterer Erhöhung der Last bricht die Rechnung mit einer nicht im Gleichgewicht stehenden Kraft ab.

Die Nachrechnung als weggesteuerter Versuch ergibt ebenfalls den Maximalwert $F_{max} = 926,0$ kN. Bei einer Verformung in Stützenmitte von ca. 45 mm werden die Grenzdehnungen des Betons überschritten, so dass rechnerisch das Querschnittsversagen einsetzt. Damit kann der gesamte Last-Verformungs-Verlauf bis zum Einsetzen des Querschnittsversagens mit den gegebenen Baustoffkennwerten sehr gut nachvollzogen werden.

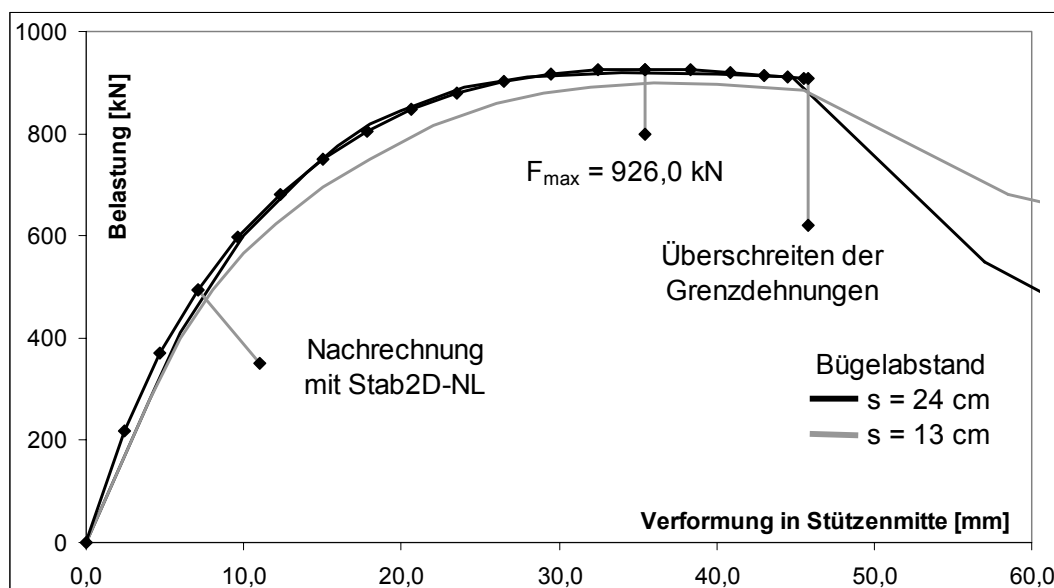


Bild 5.41 Last-Verformungs-Kurve aus Experiment und Nachrechnung, normalfester Beton

Nachrechnung des Versuchs mit hochfestem Beton

In Bild 5.42 sind die Last-Verformungs-Kurven aus dem Experiment und aus der Nachrechnung dargestellt. Beim Experiment mit hochfestem Beton ergeben sich bei Rechnung mit den angegebenen Baustoffkennwerten und der Exzentrizität von $e = 20 \text{ mm}$ größere Abweichungen vor allem bei niedrigen Belastungen. Die Tragfähigkeit der Stütze wird mit $F_{\max} = 1577,9 \text{ kN}$ gegenüber dem experimentell ermittelten Wert von $F_{\max, \text{Exp}} = 1560 \text{ kN}$ bzw. $F_{\max, \text{Exp}} = 1530 \text{ kN}$ leicht überschätzt.

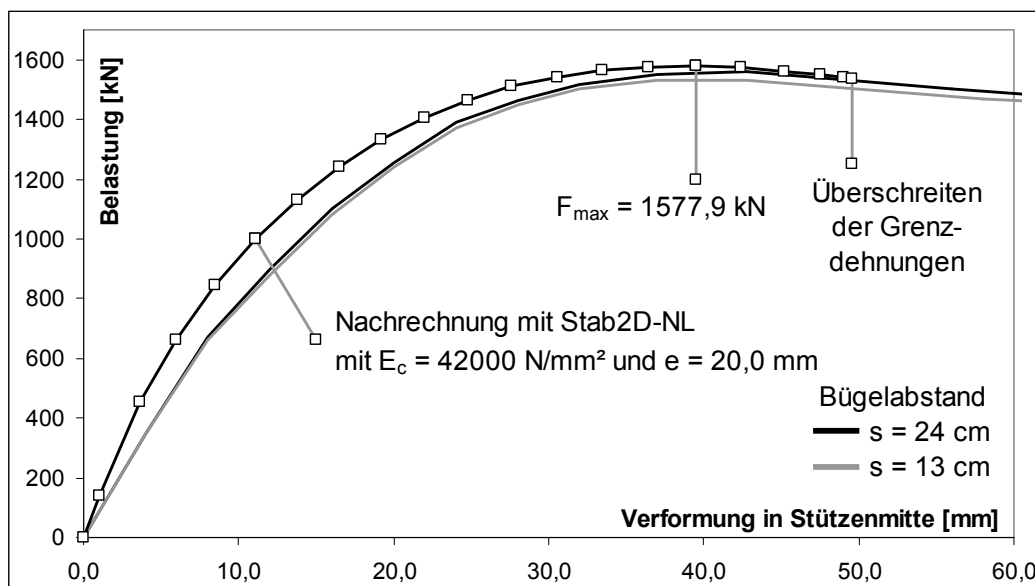


Bild 5.42 Last-Verformungs-Kurve aus Experiment und Nachrechnung, hochfester Beton

Gründe für diese Abweichungen können einerseits in einem zu hoch bestimmten E-Modul des Betons liegen, so dass sich bei einer Reduzierung von $E_c = 42.000 \text{ N/mm}^2$ auf $E_c = 38.200 \text{ N/mm}^2$ eine bessere Näherung vor allem im ersten Bereich des Last-Verformungs-Diagramms ergibt. Dadurch wird jedoch auch die maximal erreichbare Last auf $F = 1525 \text{ kN}$ reduziert.

Eine durch einen ungenauen Einbau der Stütze um 2 mm geringfügig erhöhte Exzentrizität von $e = 22 \text{ mm}$ liefert ebenfalls eine kleinere Anfangssteigung im Last-Verformungs-Diagramm mit einer ähnlichen Verringerung der Maximallast.

Ein anderer, nicht berücksichtigter Effekt kann eine ungewollte Einspannung der Stütze an den Auflagern sein. Durch die gegen Ende des Experiments sehr hohen Normalkräfte könnte es sein, dass in dem eigentlich gelenkig ausgebildeten Lager eine nicht zu vernachlässigende Rollreibung auftritt und damit auch eine gewisse Einspannung wirkt.

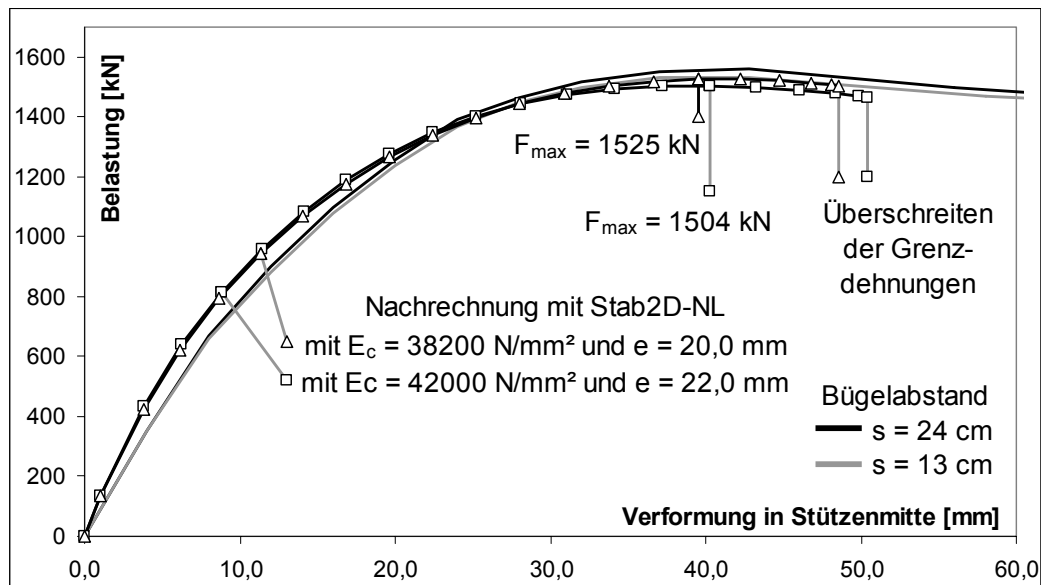


Bild 5.43 Last-Verformungs-Kurve aus Experiment und Nachrechnung mit geänderten Eingangswerten für E-Modul und Exzentrizität, hochfester Beton

Wie in Bild 5.43 zu sehen ist, ergibt die Nachrechnung mit geänderten Eingangswerten eine bessere Übereinstimmung mit dem Experiment. Damit soll jedoch keine höhere Genauigkeit vorgetäuscht werden. Es soll vielmehr gezeigt werden, wie sensibel das Ergebnis bei einem schlanken System auf nur eine kleine Änderung der Eingangswerte reagiert.

5.5 Rahmenversuch

An der Hongkong University of Science and Technology wurde im Sommer 1998 ein zweistöckiger Rahmen aus Stahlbeton bis zum Bruch getestet. Insbesondere interessierte die Größe der horizontalen Verschiebung, die durch die Rissbildung des Betons bereits im Gebrauchszustand größer als bei einer linearen Berechnung des Tragwerks sein wird. Mit diesem Versuch sollten entwickelte Rechenalgorithmen zur Vorhersage der Verformungen von Rahmentragwerken aus Stahlbeton auf ihre Eignung kontrolliert werden.

Im Artikel „Analysis of Cracking Effects on Tall Reinforced Concrete Buildings“ erläutern CHAN, MICKLEBOROUGH und NING [6] den Versuchsaufbau sowie die experimentellen Ergebnisse und vergleichen diese mit eigenen Berechnungen.

5.5.1 Versuchsaufbau und Baustoffe

Die Geometrie des zweistöckigen Rahmens sowie die Querschnittsabmessungen können Bild 5.44 entnommen werden. Die Querschnitte für die Stützen und für die Balken (Querriegel) sind jeweils symmetrisch mit insgesamt 8 bzw. 6 \varnothing 20 mm bewehrt. Die Baustoffkennwerte wurden wie folgt angegeben:

Beton	$f_c = 29 \text{ N/mm}^2$	$E_c = 15680 \text{ N/mm}^2$
Bewehrung	$f_y = 460 \text{ N/mm}^2$	$E_s = 200.000 \text{ N/mm}^2$

Auffällig ist beim Beton, dass dieser bei einer Festigkeit von $f_c = 29 \text{ N/mm}^2$ einen sehr geringen, im Experiment ermittelten E-Modul von nur $E_c = 15.680 \text{ N/mm}^2$ aufweist. Für einen Beton mit dieser Festigkeit kann der DIN 1045-1 ein nahezu doppelt so großer Richtwert von $E_c \approx 29.000 \text{ N/mm}^2$ entnommen werden.

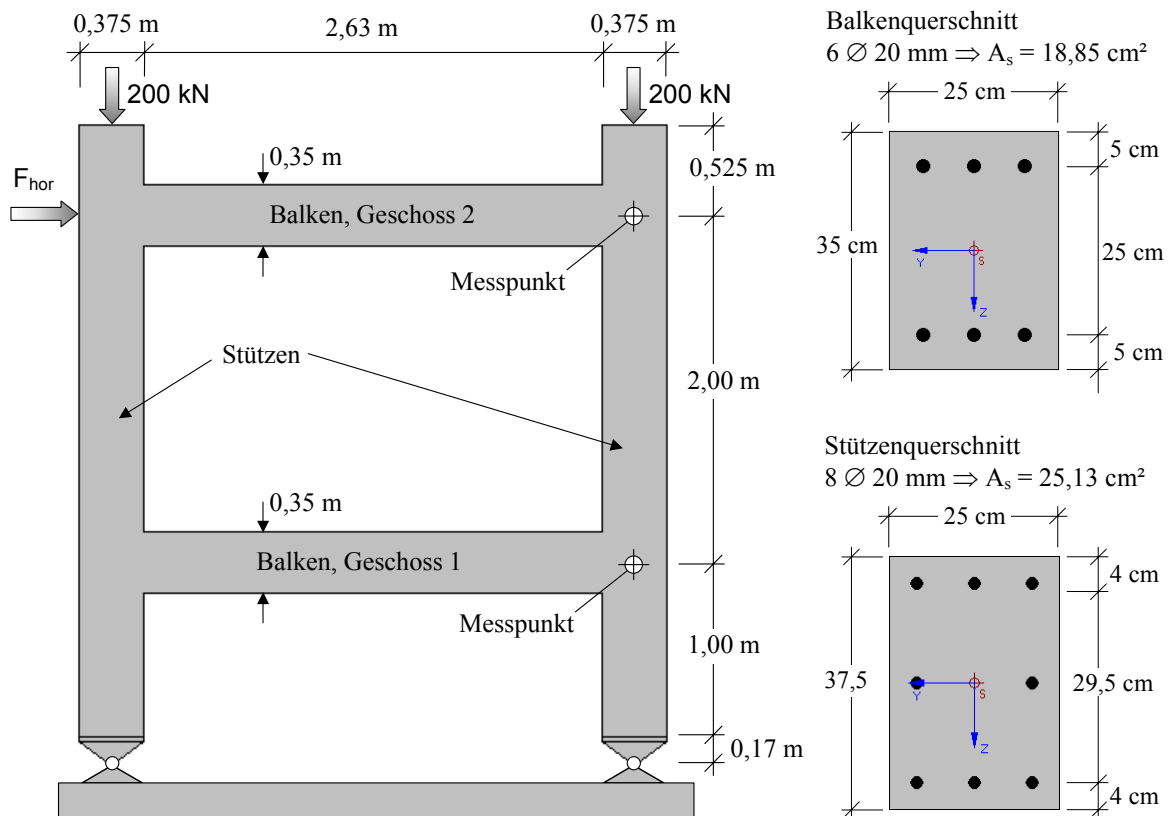


Bild 5.44 Abmessungen des Rahmens und der Querschnitte

Versuchsdurchführung:

In einem ersten Schritt wird eine vertikale Belastung von jeweils 200 kN auf die beiden Stützen aufgebracht, die im weiteren Verlauf des Experiments konstant gehalten wird. Diese Last entspricht damit der Gewichtskraft aus ständig wirkendem Eigengewicht sowie

Verkehrslast bei einem Hochhaus. Für den symmetrischen Rahmen ergeben sich daraus keine horizontalen Verformungen.

Im weiteren greift in Höhe des oberen Riegels eine horizontale Last an, die bis zum Versagen des Rahmens auf ca. 190 kN gesteigert wird. Die Verformungen in Höhe beider Querriegel wurden protokolliert und sind in Bild 5.45 mit 1. und 2. Geschoss bezeichnet.

5.5.2 Versuchsergebnisse und Nachrechnung mit Stab2D-NL

Der Rahmen zeigt bis zu einer Horizontallast von 20 bis 30 kN ein nahezu lineares Verhalten. Im Anschluss daran reißen vor allem die Querriegel auf und führen zu einer weicherem Systemantwort und damit zu einer größeren Verschiebung. Bei ca. 150 kN wird das Fließen der Bewehrung im unteren Riegel erreicht, erkennbar am weiteren Knick in der Last-Verformungs-Kurve. Bei weiterer Laststeigerung wird vor allem der obere Riegel die zusätzlichen Kräfte abtragen, bis auch hier bei einer Horizontallast von ca. 190 kN das Fließen der Bewehrung einsetzt und der Rahmen versagt (siehe Bild 5.45).

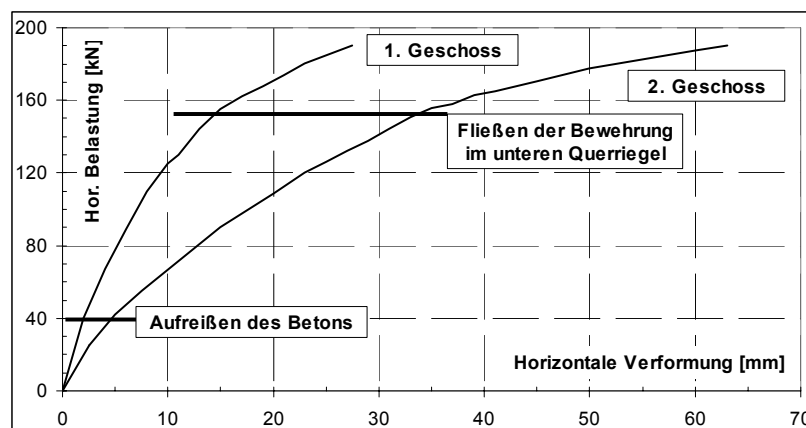


Bild 5.45 Experimentelle Ergebnisse: Horizontale Verformung in Höhe des 1. und 2. Geschosses

Für die Nachrechnung des Rahmenversuchs sind einige weitere Annahmen zu den Baustoffen und zur Modellierung der Rahmenecken notwendig. Da die Fließdehnung der Bewehrung im unteren Balken bereits bei einer Pressenlast von $F_{\text{hor}} = 140$ bis 150 kN erreicht wird, das Verhalten im plastischen Bereich jedoch nicht im Artikel angegeben ist, wird folgende, recht konservative Annahme getroffen:

$$f_u = 510 \text{ N/mm}^2$$

$$\varepsilon_u = 50 \text{ mm/m}$$

$$E_h \approx 1050 \text{ N/mm}^2$$

Die Modellierung der Rahmenecken, in denen mehraxiale Spannungszustände auftreten, stellt eine weitere Schwierigkeit dar. Eine genaue Abbildung wäre nur mit aufwändiger FEM möglich. Um dennoch ein wirklichkeitsnahes Verhalten der Rahmenecke zu

erhalten, wird angenommen, dass sich die Druck- und Zugzone des Balkens im Knotenbereich unter einem Winkel von 30° ausbreiten. Damit ergibt sich auf einer Länge von 18,75 cm ein gevouteter Stab, wobei sich die Querschnittshöhe von $h = 35$ cm auf eine Höhe von 56,65 cm bis zum Mittelpunkt des Knotens vergrößert (siehe Bild 5.46). Die Lage der Bewehrung bleibt gleich. Die ebenfalls vergrößerte Zugzone hat in der Nachrechnung einen zu vernachlässigenden Einfluss, da bereits frühzeitig die Fließdehnung in der Bewehrung erreicht und damit die Mitwirkung des Betons in der gerissenen Zugzone zu Null gesetzt wird.

Mit dieser Modellierung wird erreicht, dass bei Überschreiten der Fließdehnung der Bewehrung in einem relativ großen Balkenabschnitt plastische Verformungen auftreten. Damit kann die im Experiment beobachtete Umlagerung der Kräfte auf den oberen Querriegel erfolgen.

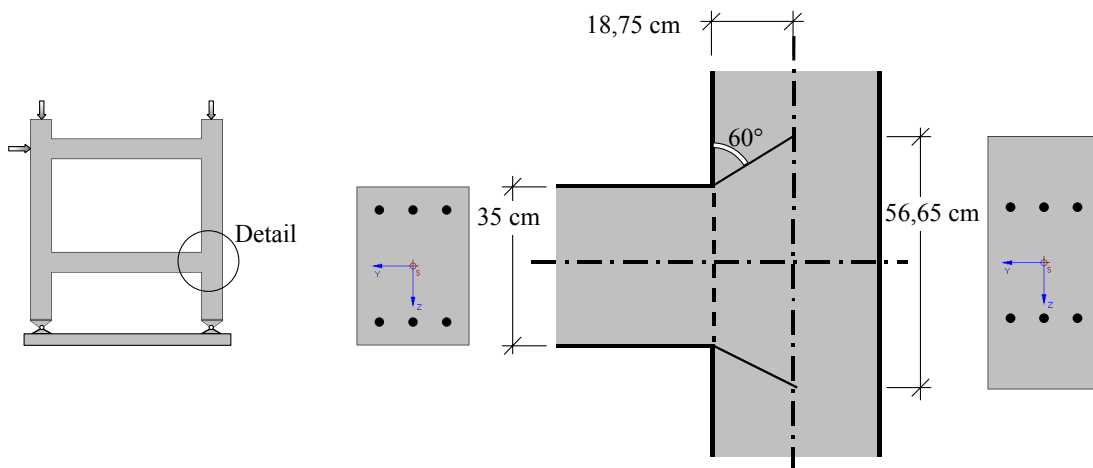


Bild 5.46 Modellierung der Rahmenecken mittels gevouteter Stäbe

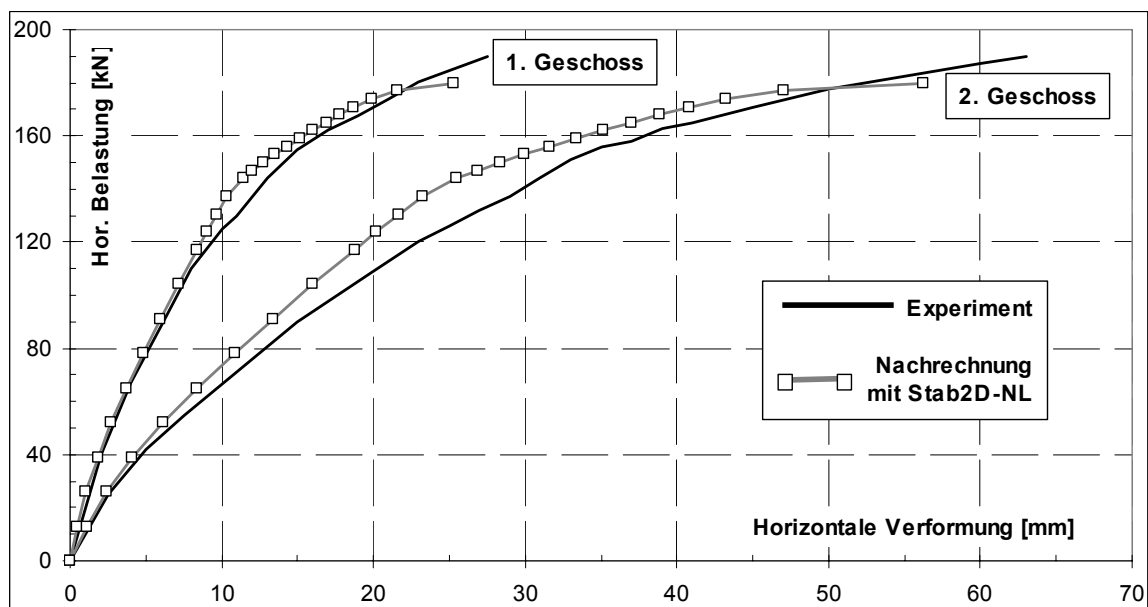


Bild 5.47 Vergleich experimentelle Ergebnisse und Nachrechnung mit Stab2D-NL

In Bild 5.47 sind die Last-Verformungs-Kurven aus dem Experiment und aus der Nachrechnung dargestellt. Die Rechnung bis zum Fließen der Bewehrung im unteren Querriegel verläuft ohne Iterationsprobleme und kann das Verhalten des Rahmens gut abbilden.

Durch das Fließen der Bewehrung im unteren Querriegel wird die tangentielle Biegesteifigkeit von ehemals $B \approx 25000 \text{ kNm}^2$ auf 65 kNm^2 verringert. Die Beanspruchungen aus weiterer Laststeigerung werden jetzt über den oberen Querriegel abgetragen. Die Iteration ist durch die hohen Verkrümmungen und Dehnungen aufwändiger geworden. Als maximale Beanspruchung wird in der Nachrechnung eine horizontale Kraft von $F_{\text{hor}} = 180 \text{ kN}$ ermittelt ($F_{\text{Exp}} \approx 190 \text{ kN}$).

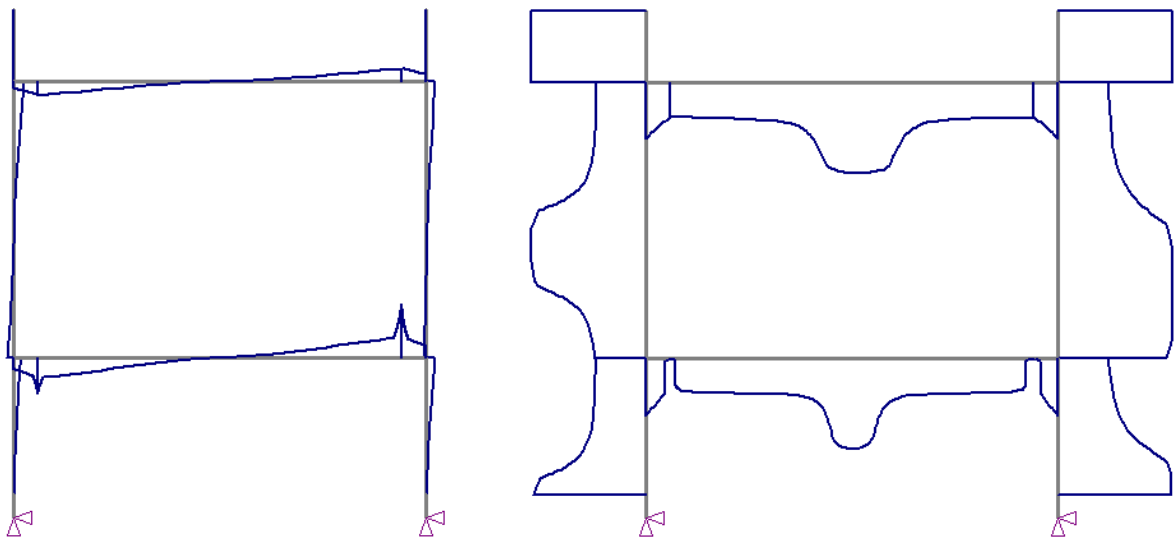


Bild 5.48 Verkrümmungen und tangentielle Biegesteifigkeiten für Laststufe $F_{\text{hor}} = 145 \text{ kN}$

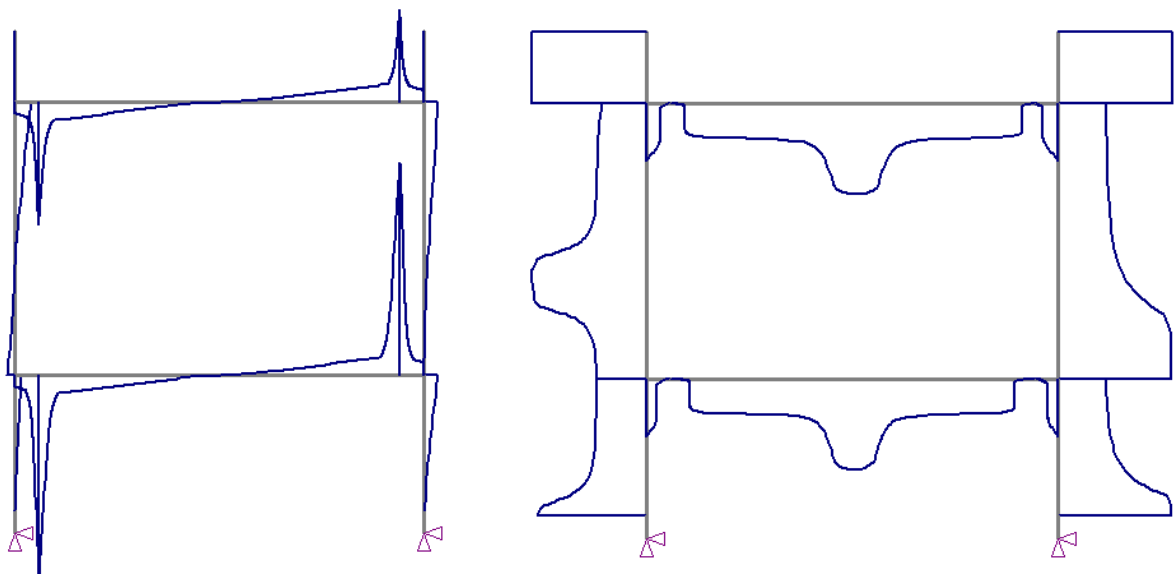


Bild 5.49 Verkrümmungen und tangentielle Biegesteifigkeiten für Laststufe $F_{\text{hor}} = 180 \text{ kN}$

Bei der Nachrechnung des Versuchs kann die maximal erreichbare Last von $F_{\text{hor}} = 180 \text{ kN}$ im Extremfall in einem einzigen Lastschritt ohne Konvergenzprobleme aufgebracht werden. In diesem Fall sind damit keine Lastinkremente notwendig. In 14 Iterationsschritten wird die nicht im Gleichgewicht stehende Kraft auf unter $0,01 \text{ kN}$ reduziert. Die konvergente Rechnung dauert 13 Sekunden. Zur besseren Darstellung wurden für die in Bild 5.47 gezeigte Last-Verformungs-Kurve jedoch 25 Lastschritte benutzt, deren Berechnung ca. 55 Sekunden dauerte.

Die Übereinstimmung zwischen Experiment und Nachrechnung kann noch als gut bezeichnet werden. Abweichungen werden einerseits aus den nicht vollständig bekannten Eingangswerten für die Baustoffe resultieren. Eine weitere Unsicherheit besteht bei der Modellierung der Knotenbereiche. So ist die genaue Bewehrungsführung in diesem Bereich nicht bekannt, andererseits ist die vorgeschlagene Modellierung mittels eines gevouteten Stababschnitts ebenfalls nur eine grobe Näherung. Mögliche Auswirkungen auf die Steifigkeit der Stützen wurden vernachlässigt.

5.6 Zusammenfassung der Versuchsnachrechnungen

Die zuvor im Detail erläuterten Versuche stellen nur eine kleine Auswahl der Versuche dar, die im Laufe der Arbeit als Wissenschaftlicher Mitarbeiter an der TUHH analysiert und nachgerechnet wurden. Bei der hier präsentierten Auswahl kam es vor allem darauf an, ein möglichst umfassendes Spektrum an verschiedenen Experimenten in Bezug auf das System, die wirkenden Beanspruchungen sowie die verwendeten Baustoffe darzustellen. Auch war es wichtig, nicht nur die in einigen Fällen vorhandene sehr gute Übereinstimmung zu zeigen, sondern auch Beispiele mit größeren Abweichungen zu präsentieren, die durch Vereinfachungen des Rechenmodells hervorgerufen werden.

Die Erkenntnisse aus diesen Versuchsnachrechnungen sowie hier nicht aufgeführten Beispielen lassen sich wie folgt zusammenfassen:

- Verringerung der versteifenden Mitwirkung der gerissenen Betonzugzone bei höherfesten Betonen (siehe Kapitel 3.1.4, Tabelle 3.1), wobei im Allgemeinen eine sehr große Streuung der versteifenden Mitwirkung feststellbar ist; abhängig vom Gehalt der Längsbewehrung, Verbügelung des Querschnitts und Störstellen.
- Modellierung der Baustoffeigenschaften entsprechend den Vorgaben aus der DIN 1045-1 sowie mit dem Mitwirkungsgesetz der gerissenen Betonzugzone nach QUAST liefert gute Ergebnisse für übliche Querschnitte.

- Schwinden des Betons sollte entsprechend den Vorgaben des EC2 oder der DIN 1045-1 berücksichtigt werden.
- Kriechen des Betons sowie fortschreitende Zerstörung der Betondruckzone bei höheren Belastungen kann durch Strecken der Spannungs-Dehnungs-Linie mit $(1 + \varphi) \approx (1 + 0,3)$ für Experimente mit üblicher Versuchsdauer näherungsweise modelliert werden. Bei längeren Versuchen ($t > 24$ Stunden) sind gesonderte Überlegungen, evtl. auch zum nichtlinearen Kriechen erforderlich.
- Werte für den E-Modul des Betons entsprechend den Empfehlungen der DIN 1045-1 für quarzitische Zuschläge können stark vom wirklichen Wert abweichen, für genauere Verformungsrechnungen sollte der E-Modul experimentell ermittelt oder die Beiwerte α_E entsprechend Heft 525 des DAfStb berücksichtigt werden.
- Jeweils Rechnung mit oberen und unteren Baustoffkennwerten durchführen bzw. den Einfluss verschiedener Parameter studieren, insbesondere der E-Modul und die Zugfestigkeit können stark schwanken und können die Rechnung in hohem Maße beeinflussen.
- Berücksichtigung der Schubverformung mit dem gezeigten einfachen Zusammenhang verbessert die Ergebnisse bei gedrungenen Balken, jedoch muss die Schubtragfähigkeit sichergestellt werden, da diese in der Rechnung nicht erfasst wird.
- Modellierung der Einleitungsbereiche von Einzellasten und Auflagerkräften bei Mittelauflagern: Ausbreitung unter 45° bis zur Mittellinie des Querschnitts.
- Gesonderte Überlegungen zu Diskontinuitätsbereichen wie Rahmenecken (Bewehrungsführung beachten), abrupte Änderungen des Querschnitts. Modellierung mittels gevouteter Stababschnitte, Erfahrung notwendig.
- Keine Konvergenzprobleme für Stahlbetonquerschnitte im Zustand II (gerissen), Konvergenzprobleme möglich für Querschnitte mit Bewehrung im plastischen Zustand und stark reduzierter tangentialer Biegesteifigkeit durch die Berücksichtigung der Achsenlängsdehnung.

In der Summe konnten mit den beschriebenen Rechenalgorithmen gute Ergebnisse erzielt werden. Neben der für baupraktische Belange ausreichenden Genauigkeit ist vor allem die akzeptable Rechengeschwindigkeit ein Vorteil gegenüber der relativ aufwändigen Modellierung mittels Finiten Elementen als 2D (Platten / Scheiben) oder als 3D (Volumen) Elemente. Ein weiterer sehr wichtiger Punkt ist die relativ gute Stabilität des beschriebenen Rechenverfahrens. Durch die integrale Betrachtung eines Stabes beim Übertragungsverfahren werden auch beim Auftreten eines Bereichs mit Bewehrung im

plastischen Zustand die Steifigkeitswerte der lokalen Steifigkeitsmatrix nicht in der gleichen Weise reduziert, wie das bei sehr kleinen Stabelementen der Fall wäre.

Von Nachteil sind die beschriebenen Probleme bei der Modellierung von Rahmenecken oder allgemein von Diskontinuitätsbereichen, wenn sich der Einfluss eines mehraxialen Spannungszustands wesentlich bemerkbar macht. Für Belastungen im Gebrauchszustand liefern die Näherungen z.B. mittels gevouteter Stäbe noch gute Ergebnisse. Wird die Belastung jedoch bis zur Querschnittstragfähigkeit gesteigert, so hat die konstruktive Durchbildung solcher Bereiche einen wesentlichen Einfluss auf das Verformungsverhalten und auch auf die maximal erreichbare Last.

5.7 Literaturverweise

- [1] Heft 525 des DAfStb, Beuth Verlag GmbH Berlin Wien Zürich, Berlin 2003, S. 65 ff.
- [2] *Kuhlmann, U. und Ehmann, J.*: Versuche zur Ermittlung der Querkrafttragfähigkeit von Verbundplatten unter Längszug ohne Schubbewehrung, Versuchsbericht Nr. 2001-6X. Institut für Konstruktion und Entwurf, Stahl-, Holz- und Verbundbau, Universität Stuttgart, Februar 2001.
- [3] *Ozel, M., and Bank, L. C.*: Behavior of Concrete Beams Reinforced with 3-D Composite Grids. CD-ROM Paper No. 069. Proceedings of the 16th Annual Technical Conference, American Society for Composites, Virginia Tech, Va. Sept. 9-12, 2001.
- [4] *Tavarez, F.A., Bank, L.C., and Plesha, M.E.*: Analysis of Fiber-Reinforced Polymer Composite Grid Reinforced Concrete Beams. ACI Structural Journal / March-April 2003, S. 250 - 258.
- [5] *Claeson, C., Gylltoft, K.*: Slender High-Strength Concrete Columns Subjected to Eccentric Loading. Journal of Structural Engineering / March 1998, S. 233-240.
- [6] *Mickleborough, Chan, Ning*: Analysis of Cracking Effects on Tall Reinforced Concrete Buildings. Journal of Structural Engineering / Sept. 2000, S. 995-1003.